

Série d'exercices — Barycentre

1^{ère} BAC SX BIOF

En. Nidal SABI

Exercice 1

Soient A et B deux points distincts du plan. Construire le point G dans chacun des cas :

1. $G = \text{bar}\{(A; 1), (B; 2)\}$.
2. $G = \text{bar}\{(A; 3), (B; -1)\}$.
3. $G = \text{bar}\{(A; -2), (B; 5)\}$.
4. G milieu de $[AB]$.

Exercice 2

Soient $A(1; 2)$ et $B(-3; 4)$ deux points dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Calculer les coordonnées des points :

1. $G = \text{bar}\{(A; 2), (B; 3)\}$.
2. $G' = \text{bar}\{(A; -1), (B; 2)\}$.

Exercice 3

Soient A et B deux points distincts du plan. Déterminer α et β pour que $G = \text{bar}\{(A; \alpha), (B; \beta)\}$ vérifie :

1. $\overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{GB} = 3\overrightarrow{AB}$.
2. $4\overrightarrow{GA} + 5\overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{BA}$.

Exercice 4

Soient A et B deux points distincts. Déterminer l'ensemble des points M du plan vérifiant :

1. $\|3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\| = 4$.
2. $\|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\|$.

Exercice 5

Soient A, B, C trois points du plan formant un triangle. Construire le point G dans chacun des cas :

1. $G = \text{bar}\{(A; 1), (B; 1), (C; 1)\}$ (centre de gravité).
2. $G = \text{bar}\{(A; 2), (B; 1), (C; 1)\}$.
3. $G = \text{bar}\{(A; 1), (B; -1), (C; 2)\}$.
4. $G = \text{bar}\{(A; 3), (B; -2), (C; 2)\}$.

Exercice 6

Soient $A(0; 1)$, $B(2; 3)$ et $C(-1; 4)$ trois points du plan dans un repère orthonormé.

1. Calculer les coordonnées du centre de gravité G du triangle ABC .
2. Calculer les coordonnées de $G' = \text{bar}\{(A; 2), (B; -1), (C; 3)\}$.

Exercice 7

Soient A, B, C trois points distincts du plan. Déterminer l'ensemble des points M vérifiant :

1. $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 8$.
2. $\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\|$.

Exercice 8

Soit ABC un triangle. Soient I le milieu de $[BC]$ et G le centre de gravité de ABC .

1. Montrer que $G = \text{bar}\{(A; 1), (I; 2)\}$.
2. En déduire que $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$.

Exercice 9

Soit ABC un triangle. Les points D, E, F sont définis par $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$.

1. Vérifier que $D = \text{bar}\{(A; 2), (B; 1)\}$.
2. Montrer que les triangles ABC et DEF ont le même centre de gravité.

Exercice 10

Soit ABC un triangle. Soient G_1, G_2, G_3 les barycentres respectifs des systèmes :

$$G_1 = \text{bar}\{(A; 1), (B; 2)\}, \quad G_2 = \text{bar}\{(B; 1), (C; 2)\}, \quad G_3 = \text{bar}\{(C; 1), (A; 2)\}.$$

Montrer que les triangles ABC et $G_1G_2G_3$ ont le même centre de gravité.

Exercice 11

Soit $ABCD$ un parallélogramme. Construire le point G tel que $G = \text{bar}\{(A; 1), (B; 2), (C; -1), (D; 2)\}$. Calculer les coordonnées de G dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.

Exercice 12

Soit ABC un triangle et G son centre de gravité. Soit M un point quelconque du plan.

1. Montrer que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.
2. En déduire que $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$. (Indication : développer $\|\overrightarrow{MA}\|^2 = \|\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA}\|^2$.)