

Série d'exercices N°2 (S2)

Étude des Fonctions

1^{ère} Année Baccalauréat – Sciences Mathématiques

Consignes. Chaque étude complète doit suivre le plan en 8 étapes du cours. Pour chaque asymptote, justifier par les limites correspondantes.

Couverture. 10 exercices : asymptotes, concavité, symétries, études complètes (polynômes, rationnelles, irrationnelles, trigonométriques).

I. Asymptotes et branches

Exercice 1 *Asymptotes*

Déterminer toutes les asymptotes des courbes des fonctions suivantes.

1. $f(x) = \frac{2x - 1}{x + 3}$.

2. $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$.

3. $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$.

4. $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 5}$.

5. $f(x) = x + \frac{1}{x^2 + 1}$.

Exercice 2 *Branches paraboliques*

Déterminer le comportement à l'infini (asymptote ou branche parabolique) :

1. $f(x) = x^2 - 3x + 1$ en $\pm\infty$.

2. $f(x) = x + \sqrt{x}$ en $+\infty$.

3. $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x + 2}$ en $\pm\infty$.

II. Concavité et points d'inflexion

Exercice 3 *Concavité*

Étudier la concavité et déterminer les points d'inflexion (si existent).

1. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9$.

2. $f(x) = x^4 - 6x^2$.

3. $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$.

4. $f(x) = \sin x$ sur $[0, 2\pi]$.

III. Symétries

Exercice 4 *Centres et axes de symétrie*

1. Soit $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$. Montrer que $\Omega(-1, 2)$ est centre de symétrie de $\mathcal{C}_f$.
2. Soit $f(x) = x^2 - 4x + 1$. Montrer que la droite $x = 2$ est axe de symétrie de $\mathcal{C}_f$.
3. Soit $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 2}{(x-1)^2}$. Trouver un centre de symétrie de $\mathcal{C}_f$.

IV. Études complètes

Exercice 5 *Polynôme de degré 3*

Étudier complètement $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$. Tracer $\mathcal{C}_f$.

Exercice 6 *Polynôme de degré 4*

Étudier complètement $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$. Préciser les points d'inflexion. Tracer.

Exercice 7 *Fonction homographique*

Étudier complètement $f(x) = \frac{3x-1}{x+2}$. Donner le centre de symétrie. Tracer.

Exercice 8 *Fonction rationnelle avec asymptote oblique*

Étudier complètement $f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$. Préciser asymptotes verticale et oblique, centre de symétrie. Tracer.

Exercice 9 *Fonction irrationnelle*

Étudier complètement $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 4}$ sur $\mathcal{D}_f$.

1. Déterminer $\mathcal{D}_f$.
2. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (utiliser la quantité conjuguée).
3. Étudier les variations.
4. Déterminer toutes les asymptotes.
5. Tracer.

Exercice 10 *Fonction trigonométrique*

Étudier complètement $f(x) = 2 \sin x - \sin(2x)$ sur $[0, 2\pi]$.

1. Étudier les variations.
2. Déterminer les points où la dérivée s'annule.
3. Étudier la concavité.
4. Tracer.

Fin de la série – Étude des Fonctions