

Série d'exercices N°6 (S2)

Géométrie analytique de l'espace

1^{ère} Année Baccalauréat – Sciences Mathématiques

Consignes. Préciser le mode (paramétrique/cartésien) à chaque conversion. Pour les positions relatives, conclure explicitement.

Couverture. 12 exercices : représentations de droites, de plans, conversions, positions relatives, intersections.

I. Représentations de droites

Exercice 1 Droites paramétriques

- Donner une représentation paramétrique de la droite passant par $A(1, 0, -2)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(3, 1, 2)$.
- Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) avec $A(2, -1, 3)$ et $B(4, 0, 1)$.
- Soit $(D) : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 3t \\ z = -t \end{cases}$. Donner A point et $\vec{u}$ vecteur directeur. Vérifier si $M(0, 7, -2)$ appartient à (D) .

Exercice 2 Position relative de deux droites

- Étudier la position relative de $(D_1) : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 3 + t \end{cases}$ et $(D_2) : \begin{cases} x = -3 + 4s \\ y = 2 - 2s \\ z = 1 + 2s \end{cases}$.
- Étudier la position de $(D_3) : \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = -t \end{cases}$ et $(D_4) : \begin{cases} x = 1 + s \\ y = -s \\ z = 2 + s \end{cases}$.

II. Représentations de plans

Exercice 3 Équation cartésienne d'un plan

- Donner l'équation cartésienne du plan passant par $A(1, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$, $C(0, 0, 4)$.
- Donner l'équation cartésienne du plan passant par $A(1, 1, 1)$, $B(2, 3, -1)$, $C(0, 2, 5)$.
- Donner une représentation paramétrique du plan $(P) : 2x - y + 3z = 6$.

Exercice 4 Conversion

Soit $(P) : x + 2y - z + 4 = 0$.

- Trouver 3 points du plan (P) .
- Donner une représentation paramétrique de (P) .
- À partir d'une représentation paramétrique donnée, retrouver une équation cartésienne en éliminant les paramètres.

III. Positions relatives

Exercice 5 *Droite et plan*

1. Étudier la position relative de $(D) : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ et $(P) : x + y + z = 5$.
2. Si elles sont sécantes, donner le point d'intersection.
3. Étudier la position de (D) et $(P') : 2x + 2y - z = 1$.

Exercice 6 *Deux plans*

Étudier la position relative et l'intersection éventuelle de :

1. $(P_1) : x - 2y + z = 1$ et $(P_2) : 2x - 4y + 2z = -3$.
2. $(P_3) : 3x + y - 2z = 4$ et $(P_4) : x + y + z = 0$. Donner une représentation paramétrique de leur intersection.
3. $(P_5) : x + y + z = 1$ et $(P_6) : 2x + 2y + 2z = 2$.

Exercice 7 *Trois plans concourants*

On considère $(P_1) : x + y + z = 1$, $(P_2) : x - y + z = 0$, $(P_3) : x + y - z = 2$.

1. Étudier l'intersection des trois plans.
2. Si ils se coupent en un unique point, le déterminer.

IV. Problèmes synthétiques

Exercice 8 *Cube*

$ABCDEFGH$ est un cube de côté 1 dans un repère orthonormé $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

1. Donner les coordonnées des 8 sommets.
2. Donner l'équation cartésienne du plan (BDG) .
3. Donner une représentation paramétrique de la droite (AG) .
4. Étudier la position relative de (AG) et (BDG) .

Exercice 9 *Tétraèdre*

On considère le tétraèdre $ABCD$ avec $A(0, 0, 0)$, $B(2, 0, 0)$, $C(0, 3, 0)$, $D(0, 0, 4)$.

1. Donner l'équation cartésienne du plan (BCD) .
2. Donner une représentation paramétrique de la médiane issue de A (vers le centre de gravité de BCD).
3. Donner les coordonnées du centre de gravité du tétraèdre.