

Série d'exercices — Géométrie dans l'espace

1^{ère} BAC SX BIOF

En. Nidal SABI

Exercice 1

On considère le cube $ABCDEFGH$. Compléter chacune des égalités suivantes :

1. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \dots$
2. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EH} + \overrightarrow{HG} = \dots$
3. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = \dots$
4. $\overrightarrow{AG} - \overrightarrow{AC} = \dots$

Exercice 2

Soient $\vec{u}(1; 2; -1)$, $\vec{v}(3; 0; 2)$ et $\vec{w}(-2; 1; 4)$ trois vecteurs.

1. Calculer $2\vec{u} - 3\vec{v} + \vec{w}$.
2. Calculer $\det(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$.
3. Les vecteurs $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ sont-ils coplanaires ?

Exercice 3

Soient $A(1; 2; 3)$, $B(0; -1; 2)$ et $C(2; 1; 4)$ trois points dans un repère orthonormé.

1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
2. Calculer les coordonnées du milieu I de $[AB]$.
3. Calculer les coordonnées du centre de gravité G du triangle ABC .

Exercice 4

Soit $A(1; 2; 0)$ et $\vec{u}(2; -1; 3)$.

1. Donner une représentation paramétrique de la droite $D(A, \vec{u})$.
2. Donner un système d'équations cartésiennes de cette droite.
3. Le point $M(5; 0; 6)$ appartient-il à (D) ?

Exercice 5

Déterminer une équation cartésienne du plan (P) dans chacun des cas :

1. (P) passe par $A(1; 0; -1)$ et a pour vecteurs directeurs $\vec{u}(2; 1; 0)$ et $\vec{v}(0; 1; 1)$.
2. (P) passe par les trois points $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$ et $C(0; 0; 1)$.

Exercice 6

On considère les plans $(P) : x - 2y + z - 3 = 0$ et $(Q) : 2x - 4y + 2z - 1 = 0$.

1. Étudier la position relative de (P) et (Q) .
2. Donner une représentation paramétrique de chacun.

Exercice 7

Étudier la position relative de la droite (D) et du plan (P) dans chacun des cas :

1. (D) passe par $A(1; 1; 1)$ de vecteur directeur $\vec{u}(1; 2; 1)$ et $(P) : x + y - 3z + 1 = 0$.

$$2. (D) : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t \\ z = 3 - t \end{cases} \quad \text{et } (P) : 2x + y - z + 4 = 0.$$

Exercice 8

Soient $A(1; 0; 2)$, $B(2; 3; -1)$ et $C(0; 1; 1)$ trois points.

1. Vérifier que les points A , B , C ne sont pas alignés.
2. Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC) .
3. Le point $D(1; 2; 0)$ appartient-il au plan (ABC) ?

Exercice 9

On considère les droites (D_1) passant par $A(1; 0; 1)$ de vecteur directeur $\vec{u}_1(1; 1; 0)$ et (D_2) passant par $B(0; 1; 2)$ de vecteur directeur $\vec{u}_2(2; 1; 1)$.

Étudier la position relative de (D_1) et (D_2) : sont-elles parallèles ? coplanaires ? sécantes ?

Exercice 10

Soient $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$ et $D(1; 1; 1)$.

1. Vérifier que les points A , B , C , D ne sont pas coplanaires.
2. Déterminer le centre de gravité du tétraèdre $ABCD$ (barycentre avec coefficients 1).
3. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AG) où G est ce centre de gravité.

Exercice 11

On considère le plan $(P) : x + 2y - z + 3 = 0$ et la droite (D) d'équations
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 1 + t \end{cases}.$$

1. Montrer que (D) et (P) sont sécants.
2. Déterminer les coordonnées du point d'intersection.

Exercice 12

On considère les plans $(P) : 2x + y - z = 4$ et $(Q) : x - y + z = 1$.

1. Vérifier que les plans (P) et (Q) ne sont pas parallèles.
2. Déterminer une représentation paramétrique de la droite intersection $(D) = (P) \cap (Q)$.
3. Donner un vecteur directeur de (D) .