

Exercice n°1

Pour chacun des polynômes suivants, donner le degré et le coefficient dominant :

- (a) $P(x) = 3x^4 - 2x^3 + x - 7$
- (b) $Q(x) = -5x^2 + x^5 - 1$
- (c) $R(x) = (2x - 1)(x^2 + 3)$
- (d) $S(x) = (x + 1)^3 - x^3$

Exercice n°2

Déterminer les réels a, b, c tels que pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$a(x - 1)(x + 2) + b x(x + 2) + c x(x - 1) = 3x^2 - x + 4.$$

Exercice n°3

Soit $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$.

1. Vérifier que 1 est une racine de P .
2. En utilisant la méthode de Horner (ou division euclidienne), factoriser $P(x)$ par $(x - 1)$.
3. Résoudre l'équation $P(x) = 0$.
4. Étudier le signe de $P(x)$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice n°4

Effectuer la division euclidienne de chacun des polynômes suivants :

- (a) $P(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 5$ par $D(x) = x - 1$.
- (b) $P(x) = x^4 + x^2 - 2x + 3$ par $D(x) = x + 1$.
- (c) $P(x) = 3x^3 - 2x + 1$ par $D(x) = x - 2$.

Exercice n°5

Soit $P(x) = x^3 + m x^2 - 2x + (m - 1)$, où m est un paramètre réel.

1. Déterminer m pour que 1 soit une racine de P .
2. Pour la valeur de m trouvée, factoriser $P(x)$ et résoudre $P(x) = 0$.

Exercice n°6

On considère le polynôme $P(x) = 2x^3 + x^2 - 5x + 2$.

1. Vérifier que $P\left(\frac{1}{2}\right) = 0$.
2. Montrer que $P(x) = (2x - 1)Q(x)$ où Q est un polynôme à déterminer.
3. Résoudre $P(x) = 0$.

Exercice n°7

Soient $P(x) = x^3 - 7x + 6$ et $Q(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$.

1. Le réel -1 est-il une racine commune à P et Q ? Justifier par le calcul.
2. Déterminer une racine commune à P et Q .
3. Factoriser $P(x)$ et $Q(x)$.
4. Résoudre $P(x) = Q(x)$.

Exercice n°8

Soit P un polynôme tel que :

$$P(x) = x^4 - 5x^2 + 4.$$

1. Poser $X = x^2$ et résoudre $X^2 - 5X + 4 = 0$.
2. En déduire toutes les racines réelles de P .
3. Factoriser $P(x)$ en produit de polynômes de degré 1.