

Série d'exercices — Produit scalaire dans le plan

1^{ère} BAC SX BIOF

En. Nidal SABI

Exercice 1

Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$ dans chacun des cas suivants :

1. $\vec{u}(3; -2), \vec{v}(1; 4)$.
2. $\vec{u}(\sqrt{2}; -1), \vec{v}(\sqrt{2}; 1)$.
3. $\vec{u}(2; 5), \vec{v}(-5; 2)$.
4. $\vec{u}(0; 3), \vec{v}(4; 0)$.

Exercice 2

Déterminer la valeur de m pour que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient orthogonaux dans chacun des cas :

1. $\vec{u}(m; 3), \vec{v}(2; m+1)$.
2. $\vec{u}(2m-1; 4), \vec{v}(3; m)$.

Exercice 3

On considère les points $A(1; 2)$, $B(4; -1)$ et $C(0; 3)$.

1. Calculer AB , AC et BC .
2. Déterminer la nature du triangle ABC .
3. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ et l'aire du triangle ABC .

Exercice 4

On considère les vecteurs $\vec{u}(1; \sqrt{3})$ et $\vec{v}(\sqrt{3}; -1)$. Soit θ la mesure principale de l'angle $(\widehat{\vec{u}; \vec{v}})$.

1. Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$ et $\det(\vec{u}, \vec{v})$.
2. En déduire $\cos \theta$ et $\sin \theta$.
3. Donner la valeur de θ .

Exercice 5

Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) dans chacun des cas :

1. (D) passe par $A(2; -3)$ et a pour vecteur normal $\vec{n}(1; 2)$.
2. (D) est la médiatrice de $[AB]$ avec $A(1; 4)$ et $B(5; -2)$.
3. (D) est perpendiculaire à $(D') : 2x - 3y + 1 = 0$ et passe par $C(0; 0)$.

Exercice 6

On considère les droites $(D_1) : x + 2y - 5 = 0$ et $(D_2) : 2x - y + 3 = 0$.

1. Déterminer un vecteur normal à chacune des droites.
2. Étudier la position relative de (D_1) et (D_2) .
3. Calculer la distance du point $A(1; 1)$ à chacune des droites.

Exercice 7

Déterminer une équation du cercle (C) dans chacun des cas :

1. (C) de centre $\Omega(2; -1)$ et de rayon 3.

2. $(\mathcal{C})$ de diamètre $[AB]$ avec $A(1;0)$ et $B(5;4)$.
3. $(\mathcal{C})$ passant par les points $A(0;0)$, $B(4;0)$ et $C(0;2)$.

Exercice 8

Pour chacune des équations suivantes, dire si elle représente un cercle. Le cas échéant, préciser son centre et son rayon.

1. $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$.
2. $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 5 = 0$.
3. $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 14 = 0$.
4. $x^2 + y^2 + x - 2y - 1 = 0$.

Exercice 9

On considère le cercle $(\mathcal{C}) : x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ et la droite $(D) : x + y - 3 = 0$.

1. Déterminer le centre Ω et le rayon R de $(\mathcal{C})$.
2. Calculer $d(\Omega; (D))$.
3. En déduire la position relative de $(\mathcal{C})$ et (D) . Donner les coordonnées des points d'intersection s'ils existent.

Exercice 10

On considère le cercle $(\mathcal{C})$ d'équation $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$.

1. Vérifier que le point $A(5;4)$ appartient à $(\mathcal{C})$.
2. Déterminer une équation cartésienne de la tangente à $(\mathcal{C})$ en A .
3. Donner une représentation paramétrique de $(\mathcal{C})$.

Exercice 11

Résoudre graphiquement les inéquations et systèmes suivants :

1. $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 \leq 0$.
2.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x \leq 3 \\ x + y - 1 \geq 0 \end{cases}.$$

Exercice 12

Dans un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère $A(0;2)$, $B(4;0)$ et $C(-1;-1)$.

1. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ et $\cos(\widehat{\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}})$.
2. Calculer l'aire du triangle ABC .
3. Déterminer une équation cartésienne du cercle circonscrit au triangle ABC .
4. Étudier la position relative de ce cercle et de la droite (BC) .