

Exercice

n°1

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls. Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$ dans chacun des cas suivants.

- 1 $\|\vec{u}\| = \sqrt{3}$, $\|\vec{v}\| = 4$ et $(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = \frac{\pi}{6}$.
- 2 $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 2$ et $(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = \frac{2\pi}{3}$.
- 3 $\|\vec{u}\| = 2\sqrt{2}$, $\|\vec{v}\| = \frac{1}{2}$ et $(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = -\frac{\pi}{4}$.
- 4 $\|\vec{u}\| = 5$, $\|\vec{v}\| = 7$ et $\vec{u} \perp \vec{v}$.

Exercice

n°2

- 1 ABC est équilatéral et $AB = 4$. Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ puis $\vec{AB} \cdot \vec{CA}$.
- 2 ABC est isocèle en A , $AB = AC = 5$ et $BC = 6$. Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ sans déterminer l'angle $\widehat{BAC}$.
- 3 Déterminer les mesures possibles de l'angle formé par $\vec{u}$ et $\vec{v}$ lorsque $\|\vec{u}\| = 4$, $\|\vec{v}\| = \sqrt{2}$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = -2\sqrt{6}$.

Exercice

n°3

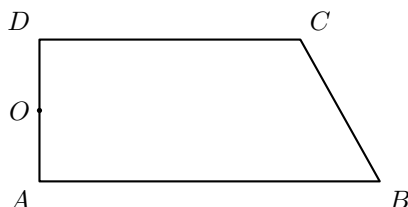
Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que $\|\vec{u}\| = 7$, $\|\vec{v}\| = 3$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = -2$.

- 1 Calculer $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2$ et $\|\vec{u} - \vec{v}\|^2$.
- 2 En déduire $\|\vec{u} + \vec{v}\|$ et $\|\vec{u} - \vec{v}\|$.
- 3 Comparer $\|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$ et $\|\vec{u} + \vec{v}\|$.

Exercice

n°4

$ABCD$ est un trapèze rectangle en A et D . Le point O est le milieu de $[AD]$. On pose $AB = a$, $DC = b$ et $AD = c$.



- 1 Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{DC}$ et $\vec{OA} \cdot \vec{OD}$.
- 2 En utilisant $\vec{OC} = \vec{OD} + \vec{DC}$ et $\vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB}$, calculer $\vec{OB} \cdot \vec{OC}$.
- 3 Déterminer une condition sur a , b et c pour que $(OB) \perp (OC)$.

Exercice

n°5

- 1 ABC est un triangle tel que $AB = 3$, $AC = 5$ et $\widehat{A} = \frac{\pi}{4}$. Calculer BC .
- 2 MNP est un triangle tel que $MN = \sqrt{3}$, $NP = 2$ et $\widehat{N} = \frac{5\pi}{6}$. Calculer MP .
- 3 RST est un triangle tel que $RS = 6$, $RT = 4$ et $ST = 5$. Calculer $\cos \widehat{R}$, puis préciser la nature de cet angle.

Exercice**n°6**

ABC est un triangle tel que $AB = 6$, $AC = 5$ et $BC = 7$.

- 1 Utiliser le théorème d'Al Kashi pour calculer $\cos \widehat{A}$.
- 2 Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
- 3 Soit H le projeté orthogonal de A sur (BC) . Calculer BH .
- 4 Calculer l'aire du triangle ABC .

Exercice**n°7**

ABC est un triangle et I , J et K sont les milieux respectifs de $[AB]$, $[AC]$ et $[BC]$. On donne $AB = 4$, $AC = 5$ et $BC = 7$.

- 1 Calculer les longueurs CI , BJ et AK à l'aide du théorème de la médiane.
- 2 Calculer $\overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{AB}$.
- 3 Calculer $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ de deux manières.

Exercice**n°8**

A et B sont deux points tels que $AB = 4$. On note I le milieu de $[AB]$. Déterminer et construire, lorsqu'il existe, l'ensemble des points M dans chacun des cas suivants.

- 1 $MA^2 + MB^2 = 16$.
- 2 $MA^2 + MB^2 = 8$.
- 3 $MA^2 - MB^2 = 0$.
- 4 $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$.
- 5 $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 5$.

Exercice**n°9**

ABC est rectangle en A et H est le projeté orthogonal de A sur $[BC]$. On donne $BH = 16$ et $CH = 9$.

- 1 Calculer BC .
- 2 Calculer AB , AC et AH à l'aide des relations métriques.
- 3 Vérifier l'égalité de Pythagore.
- 4 Si I est le milieu de $[BC]$, calculer AI .

Exercice**n°10**

Dans un triangle ABC , on désigne par H le pied de la hauteur issue de A . On pose $AH = h$, $BC = a$, $CA = b$ et $AB = c$.

- 1 Montrer que $c \sin \widehat{B} = b \sin \widehat{C}$.
- 2 En déduire que

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}}.$$

- 3 Montrer que l'aire du triangle vaut $\frac{1}{2}bc \sin \widehat{A}$.
- 4 Appliquer ces résultats lorsque $b = 6$, $c = 8$ et $\widehat{A} = \frac{\pi}{3}$.