

Table des matières

1	Translation	1
2	Symétrie centrale	1
3	Symétrie axiale	1

4	Homothétie	2
5	Images des figures usuelles	2
6	Reconnaître une transformation	2
	À retenir	2

1 Translation

DÉFINITION

Soit $\vec{u}$ un vecteur. La translation de vecteur $\vec{u}$ transforme tout point M en l'unique point M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$. On note $M' = t_{\vec{u}}(M)$.

EXEMPLE

Dans un parallélogramme $ABCD$, construire l'image de D par la translation qui transforme A en B , puis identifier l'image du segment $[AD]$.

2 Symétrie centrale

DÉFINITION

La symétrie centrale de centre O transforme M en M' lorsque O est le milieu de $[MM']$. On note $M' = s_O(M)$.

EXEMPLE

Soit un triangle ABC et un point O extérieur au triangle. Construire les images A' , B' et C' par la symétrie de centre O , puis comparer les triangles ABC et $A'B'C'$.

3 Symétrie axiale

DÉFINITION

La symétrie orthogonale d'axe (d) transforme M en M' lorsque (d) est la médiatrice de $[MM']$. Tout point de (d) est invariant.

EXEMPLE

Tracer une droite (d) et un triangle ABC qui la coupe. Construire le symétrique du triangle par rapport à (d) et indiquer les points invariants éventuels.

4 Homothétie

DÉFINITION

Soit O un point et k un réel non nul. L'homothétie de centre O et de rapport k transforme M en M' tel que $\overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM}$. Si $k > 0$, M et M' sont sur la même demi-droite d'origine O . Si $k < 0$, ils sont sur des demi-droites opposées.

EXEMPLE

Construire l'image d'un triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport $-\frac{3}{2}$. Comparer les sens des côtés correspondants.

5 Images des figures usuelles

PROPRIÉTÉ

Une translation ou une symétrie transforme un segment, une droite, une demi-droite, un cercle et un angle en une figure de même nature et de mêmes dimensions. Une homothétie transforme ces figures en figures de même nature et multiplie le rayon d'un cercle par $|k|$.

EXEMPLE

Un cercle $\mathcal{C}$ a pour centre I et passe par A . Décrire puis construire son image par une translation donnée.

EXEMPLE

Décrire l'image d'une demi-droite $[AB)$ par une homothétie de centre O et de rapport négatif.

6 Reconnaître une transformation

PROPRIÉTÉ

On reconnaît une transformation par sa propriété caractéristique : mêmes vecteurs $\overrightarrow{MM'}$ pour une translation ; même milieu des segments $[MM']$ pour une symétrie centrale ; même médiatrice pour une symétrie axiale ; points O , M , M' alignés et rapport constant pour une homothétie.

À retenir

PROPRIÉTÉ

Les transformations sont étudiées par leurs constructions et leurs propriétés géométriques. Les translations et les symétries sont des isométries. L'homothétie conserve les angles et multiplie toutes les longueurs par $|k|$.