

4.4- Représentation graphique d'une fonction numérique.

-Branches infinies ; droites asymptotes ; direction asymptotique ; -point d'inflexion ; concavité d'une courbe ; -Eléments de symétrie de la courbe d'une fonction.	-Résoudre graphiquement des équations et des inéquations ; -Utiliser la périodicité et les éléments de symétrie d'une courbe pour réduire le domaine d'étude d'une fonction ; -Utiliser le signe de la dérivée seconde pour étudier la concavité d'une courbe et déterminer ses points d'inflexion ; -Etudier et représenter des fonctions polynômes, des fonctions rationnelles et des fonctions irrationnelles. -Etudier et représenter des fonctions trigonométriques simples.	-On se limitera à la détermination de limites de fonctions simples (fonctions polynômes du second degré ou du troisième degré ou de fonctions de la forme : $x \rightarrow ax + b + \varphi(x)$ où $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = 0$) aux bornes de son domaine de définition et on déterminera aussi les branches infinies de leurs courbes représentatives ; -On étudiera des fonctions dont le calcul de la dérivée et l'étude de son signe ne posent pas trop de difficultés ; -On traitera la résolution graphique d'équations et d'inéquations de la forme : $f(x) = c$; $f(x) \leq c$; $f(x) = g(x)$; $f(x) \leq g(x)$; $f(x) < g(x)$ où f et g sont des fonctions figurant au programme ,dans des cas où la résolution algébrique n'est pas simple.
--	--	--

Première année du cycle du baccalauréat
Sciences mathématiques

La géométrie plane

1-Le barycentre dans le plan

Contenus	Capacités attendues	Recommandations pédagogiques
- Barycentre de n points ($2 \leq n \leq 4$) ; centre de gravité ; - Propriété caractéristique du barycentre ; invariance ; associativité ; - Coordonnées du barycentre dans un repère donné.	- Utiliser le barycentre pour simplifier une expression vectorielle ; - Utiliser le barycentre pour établir l'alignement de trois points d'un plan ; - Utiliser le barycentre pour établir l'intersection de droites ; - Construire le barycentre de n points ($2 \leq n \leq 4$) ; - Utiliser le barycentre pour résoudre des problèmes et pour déterminer des lieux géométriques.	- Avant de définir le barycentre, il sera utile de sensibiliser les élèves sur la relation qui existe entre cette notion en mathématique et d'autres notions dans certaines disciplines de la même spécialité ; - On mettra en évidence le rôle du barycentre et du produit scalaire pour résoudre des problèmes géométriques et pour déterminer certains lieux géométriques, tels : $\{M \in P / \vec{u} \cdot \overrightarrow{AM} = k\}$, $\{M \in P / MA^2 - MB^2 = k\}$, $\{M \in P / MA^2 + MB^2 = k\}$, $\{M \in P / \frac{MA}{MB} = k\}$ $\{M \in P / \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = k\}$ à travers des exemples.

2- Analytique du produit scalaire et applications

2.1- Expression analytique du produit scalaire dans un repère orthonormé ; -Expression analytique de la norme d'un vecteur et de la distance de deux points. - Expression de $\cos \theta$ et expression de $\sin \theta$; - Inégalité de Cauchy –Schwartz et inégalité triangulaire. 2.2- La droite dans le plan (Etude analytique)	-Exprimer le parallélisme et l'orthogonalité de deux droites ; -Utiliser le produit scalaire pour calculer des distances, des aires et des mesures d'angles ;	
--	--	--

- Vecteur normal à une droite ; - Equation cartésienne d'une droite définie par un point et un vecteur normal à cette droite ; - Distance d'un point à une droite. 2.3- Le cercle (Etude analytique) - Equation cartésienne d'un cercle ; - Représentation paramétrique d'un cercle ; - Etude de l'ensemble des points : $\{M(x, y) / x^2 + y^2 + ax + by + c = 0\}$ - Etude de la position relative d'un cercle et d'une droite ; - Equation cartésienne d'une droite tangente à un cercle en un point donné de ce cercle.	- Reconnaître l'ensemble des points M du plan vérifiant la relation : $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ - Déterminer le centre et le rayon d'un cercle défini à l'aide d'une équation cartésienne ; - Passer d'une équation cartésienne à une représentation paramétrique et inversement ; - Utiliser l'analytique du produit scalaire pour résoudre des problèmes géométriques et algébriques.	- L'étude analytique du cercle est un domaine riche pour l'application de l'aspect analytique du produit scalaire, en particulier ce qui est en relation avec la distance et l'orthogonalité. Pour cela, on prendra soin de montrer le rôle de la méthode analytique dans la résolution de certains problèmes géométriques ; - On utilisera le produit scalaire pour déterminer une équation cartésienne d'un cercle dans les deux cas ; - On abordera, à travers des activités, un cercle défini par trois points non alignés ; - On exploitera, à cette occasion le régionnement analytique d'un plan, pour présenter les solutions graphiques de quelques inéquations non linéaires à deux inconnues .
--	---	--

3- La rotation dans le plan

- Définition d'une rotation ; la rotation réciproque d'une rotation ; décomposition d'une rotation comme composée de deux symétries axiales ; - Propriétés : Conservation de la distance, de la mesure des angles orientés, du barycentre, de l'équipollence, du parallélisme et de l'orthogonalité ; - Image par une rotation d'une droite, d'un segment, d'un cercle, d'un angle et de l'intersection de deux figures géométriques ; - Composée de deux rotations.	- Utiliser une rotation donnée dans une situation géométrique ; - Construire les images de figures usuelles par une rotation donnée ; - Reconnaître une rotation et l'utiliser pour résoudre des problèmes géométriques (déterminer des lieux géométriques, constructions géométriques ...) ; - Reconnaître des figures isométriques en utilisant une rotation.	- On définira une rotation à partir de son centre et de son angle ; - L'introduction des coordonnées et de l'expression analytique d'une rotation est <u>hors programme</u> .
---	--	--

Géométrie dans l'espace

1- Vecteurs de l'espace

- Calcul vectoriel dans l'espace ; - Vecteurs colinéaires ; définition vectorielle d'une droite ; - Définition vectorielle d'un plan ; - Vecteurs coplanaires.	- Maîtriser les règles du calcul vectoriel dans l'espace ; - Reconnaître et exprimer la colinéarité de deux vecteurs ; - Reconnaître et exprimer la coplanarité de trois vecteurs ; - Appliquer l'alignement et la coplanarité pour résoudre des problèmes géométriques .	- On présentera la notion de vecteur et le calcul vectoriel de la même manière que celle utilisée dans le plan ; - On se limitera à l'interprétation géométrique de l'alignement et de la coplanarité.
---	--	---

2- Géométrie analytique dans l'espace.

- Coordonnées d'un point dans un repère, coordonnées d'un vecteur dans une base ; - coordonnées de $\vec{u} + \vec{v}$ et de $\lambda \vec{u}$; coordonnées de $\overrightarrow{AB}$; - Déterminant de trois vecteurs ; - Représentation paramétrique d'une droite ; - positions relatives de deux droites ; - Représentation paramétrique d'un plan ; - Equation cartésienne d'un plan ; positions relatives de deux plans ; - Deux équations cartésiennes d'une droite ; - Positions relatives d'une droite et d'un plan.	- Exprimer les notions et les propriétés de la géométrie affine et de la géométrie vectorielle à l'aide des coordonnées ; - Choisir la représentation convenable (cartésienne ou paramétrique) pour étudier les positions relatives de droites et de plans et pour interpréter les résultats.	- On définira le repère et la base à partir de quatre points non coplanaires ; - On utilisera la projection sur un plan parallèlement à une droite pour présenter les coordonnées d'un point (sans aborder de manière excessive la notion de projection) ; - On accordera une importance particulière à l'outil analytique pour étudier les positions relatives de droites et de plans dans l'espace.
--	--	---

3- Produit scalaire dans V_3

- Définition ; - Propriétés : symétrie ; bilinéarité ; - Orthogonalité de deux vecteurs ; - Repère orthonormé, base orthonormée ; - Expression analytique du produit scalaire, de la norme d'un vecteur et de la distance de deux points.	- Utiliser le produit scalaire pour exprimer et pour montrer l'orthogonalité de deux vecteurs ; - Exprimer vectoriellement et analytiquement l'orthogonalité de deux vecteurs.	- On présentera le produit scalaire dans l'espace et ses propriétés de la même manière que celle utilisée dans le plan ; - Cette partie du programme a pour objectif l'exploitation du produit scalaire pour exprimer les propriétés métriques et l'orthogonalité de manière analytique, et pour établir les formules de quelques distances.
---	---	---

4-Produit scalaire dans l'espace : applications

- Détermination analytique de l'ensemble $\{M \in P / \vec{u} \cdot \overrightarrow{AM} = k\}$; - Vecteur normal à un plan ; - Equation cartésienne d'un plan défini par un point et un vecteur normal à ce plan ; - Distance d'un point à un plan ; - Etude analytique de la sphère ; - Etude de l'ensemble des points $M(x, y, z)$ tels que : $x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0$; - Intersection d'une sphère et d'un plan ; plan tangent à une sphère en un point donné ; intersection d'une sphère et d'une droite ; - Applications dans la résolution de problèmes géométriques.	- Déterminer un plan défini par un point et un vecteur normal à ce plan ; - Déterminer la droite passant par un point et orthogonale à un plan ; - Déterminer une équation cartésienne d'une sphère définie par son centre et son rayon ; - Déterminer une représentation paramétrique d'une sphère ; - Reconnaître l'ensemble des points M de l'espace tels que : $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$	- En ce qui concerne l'étude analytique de la position relative d'une sphère et d'un plan ou d'une sphère et d'une droite, on <u>se limitera</u> aux cas des exemples numériques sans traiter le cas général ; - On appliquera le produit scalaire dans l'étude du parallélisme et de l'orthogonalité dans l'espace.
---	---	---

5- Produit vectoriel

- Orientation de l'espace ; trièdre ; repère et base orientés ; - Définition géométrique du produit vectoriel et interprétation de sa norme ; - Propriétés : antisymétrie ; Bilinéarité ; - Coordonnées du produit vectoriel de deux vecteurs dans une base orthonormée directe ; - Distance d'un point à une droite.	- Calculer l'aire d'un triangle en utilisant le produit vectoriel ; - Déterminer une équation d'un plan défini par trois points non alignés ; - Appliquer le produit vectoriel dans la résolution de problèmes géométriques et physiques.	- On définira le produit vectoriel après avoir orienté l'espace à l'aide du bonhomme d'Ampère ; - On interprétera le produit vectoriel géométriquement ; - Toutes les propriétés du produit vectoriel sont <u>admisses</u>.
---	---	---

Algèbre

1- Notions de logique

- Propositions ; opérations sur les propositions ; fonctions propositionnelles ; - Les quantificateurs ; les propositions quantifiées ; les lois logiques. - Les raisonnements mathématiques : raisonnement par l'absurde ; raisonnement par contraposée ; raisonnement par disjonction des cas ; raisonnement par équivalence ; raisonnement par récurrence.	- Transformer un énoncé mathématique en écriture symbolique en utilisant les connecteurs et les quantificateurs logiques et inversement ; - Utiliser le type de raisonnement convenable selon la situation étudiée ; - Rédiger des raisonnements et des démonstrations mathématiques claires et logiquement correctes.	- On approchera les propositions, les lois logiques et les méthodes de raisonnement, à partir d'activités variées et diverses, issues des acquis de l'élève et de situations déjà rencontrées ; - On évitera toute construction théorique et toute utilisation excessive de tableaux de vérité ; - Les résultats concernant la logique devront être exploités à tout moment opportun dans les différents chapitres du programme.
---	--	--

2- Les ensembles

- Définition d'un ensemble par compréhension et par extension, partie d'un ensemble ; - Ensemble des parties d'un ensemble ; la notation $P(E)$; - Inclusion ; égalité ; complémentaire ; - Intersection, réunion et différence de deux ensembles, lois de Morgan ; - Propriétés de l'intersection et de la réunion ; - Produit cartésien de deux ensembles.	- Déterminer un ensemble par compréhension ou par extension ; - Maîtriser la relation entre les règles de la logique et les opérations sur les ensembles.	- Ce chapitre revêt une importance capitale, ce n'est pas uniquement une occasion d'investir la logique et les raisonnements, mais aussi le fait qu'il a des extensions dans l'étude des structures ; - On introduira l'ensemble $\mathbb{Z}^2$ comme exemple du produit cartésien de deux ensembles.
--	---	--

3- Les applications

- Egalité de deux applications - Image et image réciproque d'une partie par une application ; - Application injective, application surjective ; application bijective ; application réciproque d'une bijection ; - Composée de deux applications ; - Restriction et prolongement d'une application.	- Déterminer l'image et l'image réciproque d'un ensemble par une application ; - Déterminer la bijection et la bijection réciproque d'une application et son utilisation dans la résolution de problèmes ; - Déterminer la composée de deux applications et la décomposition d'une application en deux applications en vue d'explorer ses propriétés.	L'objectif essentiel de ce chapitre est la réorganisation, le renforcement des connaissances des élèves, ses applications au cours de l'année et l'investissement de ses résultats chaque fois que l'occasion se offre dans les prochains chapitres.
---	---	---

4- Arithmétique dans $\mathbb{Z}$

- La division euclidienne et ses propriétés ; - Les nombres premiers ; la décomposition en produit de facteurs premiers ; - Le plus petit commun multiple (PPCM ; $a \vee b$) ; le plus grand commun diviseur (PGCD ; $a \wedge b$) ; propriétés ; - Algorithme d'Euclide ; - Congruence modulo n ; l'ensemble $\mathbb{Z} / n\mathbb{Z}$ et opérations.	- Appliquer l'algorithme d'Euclide pour la détermination du PGCD de deux nombres entiers ; - Reconnaître l'ensemble $\mathbb{Z} / n\mathbb{Z}$ et les règles de calcul modulo n ; - Utiliser la congruence modulo n dans l'étude de la divisibilité et inversement.	- On donnera l'occasion pour l'utilisation des différents raisonnements logiques en particulier au raisonnement par récurrence ; - On fera acquérir aux élèves des techniques et des outils pour étudier les propriétés des entiers relatifs ; - La congruence modulo n permettra de traiter des problèmes de la division euclidienne dans $\mathbb{Z}$ et à initier à l'étude algébrique de $\mathbb{Z} / n\mathbb{Z}$; - Les nombres premiers entre eux sont <u>hors programme</u>.
--	--	--

5- Dénombrement

- Ensemble fini ; cardinal d'un ensemble fini : la notation card ; - Principe général du dénombrement, cardinal du produit cartésien ; - Cardinal de l'ensemble des applications d'un ensemble fini vers un autre ensemble fini ; - Cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble fini ; - Cardinal de la réunion et de l'intersection de deux ensembles finis ; - Nombre d'arrangements ; la notation A_n^p ; - Nombre de permutations ; la notation $n!$; - Nombre de combinaisons ; la notation C_n^p ; - Propriétés des nombres C_n^p - Formule du binôme.	- Utiliser l'arbre des choix dans des situations combinatoires ; - Utiliser le modèle combinatoire(ou de dénombrement) adéquat à la situation étudiée ; - Application du dénombrement dans la résolution de problèmes variés.	- On introduira le dénombrement à partir de la technique de l'arbre des choix et des deux principes : de la somme et du produit ; - On pourra lier les arrangements aux applications injectives et les permutations aux applications bijectives ; - Il faudra varier et diversifier les activités issues de la vie courante.
---	---	--

Analyse

1-Généralités sur les fonctions numériques (rappel et compléments)

- Fonction majorée ; fonction minorée ; fonctions bornée ; fonction périodique ; - Comparaison de deux fonctions, interprétation géométrique ; - Extrémums d'une fonction numérique ; - Monotonie d'une fonction numérique ;	- Comparer deux expressions en utilisant différentes techniques ; - Dédurre les variations ou les extrémums ou le signe d'une fonction à partir de sa représentation graphique ou à partir de son tableau	- On présentera ce chapitre à partir d'exemples de révisions avec quelques compléments - On construira les courbes représentatives des fonctions de références qui ont été étudiées ainsi que les fonctions :
---	--	--

- Composée de deux fonctions numériques ; - Monotonie de la composée de deux fonctions numériques monotones ; - Représentation graphique des fonctions : $x \rightarrow \sqrt{x+a}$ et $x \rightarrow ax^3$ et $x \rightarrow E(x)$.	de variation ; - Déterminer les variations des fonctions $f + \lambda$ et λf à partir des variations de la fonction f ; - Discuter les solutions d'une équation de type $f(x) = c$ et $f(x) = g(x)$ à partir de la représentation graphique ; - Etude d'équations et d'inéquations en utilisant et en représentant les fonctions .	$x \rightarrow \sqrt{x+a}$, $x \rightarrow ax^3$, $x \rightarrow E(x)$ et les fonctions de la forme $f + \lambda$ de la même manière que celle utilisée Aux au niveau du tronc commun ; - Les fonctions de type $x \rightarrow E(f(x))$ et de type $x \rightarrow f(E(x))$ sont hors programme ; - On habituera les élèves à déterminer les variations d'une fonction numérique à partir de sa courbe représentative tout en accordant de l'importance à la construction des courbes ; - On traitera la résolution graphique d'équations et d'inéquations de la forme : $f(x) = c$; $f(x) \leq c$; $f(x) = g(x)$; $f(x) \leq g(x)$; $f(x) < g(x)$; - On utilisera dans la limite de ce qui est disponible les calculatrices et les logiciels pour étudier des fonctions ; - Il est souhaitable de traiter des situations choisies à partir des disciplines de la spécialité .
---	---	---

2- Généralités sur les suites numériques

- Suites numériques ; - Suites récurrentes ; - Suites majorées, suites minorées, suites bornées ; - Monotonie d'une suite ; - Suites arithmétiques ; - Suites géométriques.	- Utiliser le raisonnement par récurrence ; - Etudier une suite numérique (majoration , minoration, monotonie) ; - Reconnaître une suite arithmétique ou géométrique ; - Calculer la somme de n termes consécutifs d' une suite arithmétique ou géométrique ; - Reconnaître une situation de suite arithmétique ou géométrique ; - Utiliser une suite arithmétique ou géométrique pour résoudre des problèmes	- On pourra approcher la notion de suite récurrente à travers des situations issues des différentes disciplines ; - La leçon des suites numériques constituera pour les élèves une occasion pour utiliser l'outil informatique ; - On saisira cette occasion pour utiliser le raisonnement par récurrence ; - On traitera les suites récurrentes sans excès .
--	--	--

3- Trigonométrie

- Formules de transformation ; - Transformation de l'expression : $a \cos x + b \sin x$.	- Maîtriser les différentes formules de transformation ; - Résoudre les équations et les inéquations trigonométriques se ramenant à la résolution d'équations et d'inéquations fondamentales ; - Représenter et lire les solutions d'une équation et d'une inéquation sur le cercle trigonométrique.	- On optera pour la simplicité lors de la présentation de ce chapitre en utilisant toute technique convenable aux niveaux des élèves ; - On utilisera le cercle trigonométrique pour résoudre une inéquation simple sur un intervalle de $\mathbb{R}$.
---	--	---

4- Limite d'une fonction numérique

- Limite finie en un point ; limite infinie en un point ; - limite finie en $+\infty$ et en $-\infty$; limite infinie en $+\infty$ et en $-\infty$; - Limite à gauche, limite à droite ; - Opérations sur les limites ; - Limites de fonction polynôme, de fonction rationnelle et limites de fonction de la forme $\sqrt{f}$ où f est une fonction usuelle ; - Les limites : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ et $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(ax)}{x}$; - Limites et ordre.	- Calculer les limites des fonctions polynômes, des fonctions rationnelles et des fonctions irrationnelles ; - Calculer les limites de fonctions trigonométriques simples en utilisant les limites usuelles ; - Résoudre des inéquations de type $f(x) - l < \varepsilon$ et de type $f(x) > A$ pour montrer que $f(x)$ tend vers l dans des situations simples.	- On approchera la notion de limite d'une manière intuitive à partir du « comportement » des fonctions $x \rightarrow x^2$ $x \rightarrow \sqrt{x}$, $x \rightarrow x^3$, $x \rightarrow x^n$ et leurs inverses au voisinage de 0 et de $+\infty$ et de $-\infty$ et on admettra ces limites ; - On se basera sur les propriétés de l'ordre dans $\mathbb{R}$ pour calculer les limites de fonctions simples vérifiant : • $f(x) - l \leq u(x)$ où u est une fonction dont la limite est 0 ; • $f(x) \geq u(x)$ où u est une fonction dont la limite est $+\infty$; • $f(x) \leq u(x)$ où u est une fonction dont la limite est $-\infty$; - On habituera les élèves à lever les indéterminations ; - On se limitera, dans l'utilisation de la définition de la limite, à démontrer quelques propriétés signalées au programme et dans la résolution de quelques exercices pour se familiariser tout simplement avec la définition.
--	--	--

5- Dérivation

- Dérivabilité en un point ; nombre dérivé ; interprétation géométrique ; tangente à une courbe ; approximation d'une fonction dérivable par une fonction affine en un point ; - Dérivabilité à droite ; dérivabilité à gauche ; interprétation géométrique et, demi- tangente ; tangente ou demi- tangente verticale ; point anguleux ; - Dérivabilité sur un intervalle ; dérivée première ; dérivée seconde ; dérivées successives ; - Dérivation de $f + g$, λf , $f \times g$, $\frac{1}{f}$, $\frac{f}{g}$, $f^n (n \in \mathbb{N}^*)$, $f(ax + b)$ et $\sqrt{f}$; - Equation différentielle : $y'' + \omega^2 y = 0$.	- Approcher une fonction au voisinage d'un point ; - Reconnaître que le nombre dérivée de la fonction en x_0 est le coefficient directeur de la tangente à cette courbe au point d'abscisse x_0 - Reconnaître les dérivées des fonctions de référence ; - Maîtriser les techniques de calcul de la dérivée de fonctions ; - Déterminer une équation de la tangente à une courbe en un point et construire cette tangente ; - Déterminer la monotonie d'une fonction à partir de l'étude du signe de sa dérivée ; - Déterminer le signe d'une fonction à partir de son tableau de variation ou de sa courbe représentative ; - Résoudre des problèmes concernant des valeurs minimales et des valeurs maximales. - Appliquer la dérivation dans le calcul de certaines limites.	- Parmi les exemples à traiter ; On approchera les fonctions : $h \rightarrow (1+h)^2$; $h \rightarrow (1+h)^3$; $h \rightarrow \frac{1}{1+h}$ et $h \rightarrow \sqrt{1+h}$ par des fonctions affines au voisinage de 0 - On utilisera $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ pour déterminer la dérivée de chacune des fonctions $x \rightarrow \cos x$ et $x \rightarrow \sin x$ - On démontrera les résultats : • Si f est une fonction constante sur un intervalle I alors f' est nulle sur I • Si f est une fonction dérivable et croissante sur un intervalle I alors f' est positive sur I • Si f est une fonction dérivable et décroissante sur un intervalle I alors f' est négative sur I - On admettra les propriétés réciproques dans le cas où f est dérivable ; - On admettra la solution générale de l'équation différentielle : $y'' + a^2 y = 0$
--	---	---