
Deuxième année du cycle du baccalauréat

Sciences Mathématiques

SOMMAIRE

Analyse

1-Suites numériques.....	14
2-Les fonctions numériques.....	16
2-1-Limites et continuité.....	16
2-2-Dérivation et étude de fonctions.....	17
2-3- Calcul intégral.....	19

Algèbre et géométrie

1- Arithmétique.....	21
2- Nombres complexes.....	22
3- Calcul de probabilités.....	23
4- Les structures algébriques.....	24

Programme de mathématiques
Deuxième année du cycle du baccalauréat
Sciences Mathématiques

Contenus, capacités attendues et recommandations pédagogiques

Analyse

1- Suites numériques

Contenus	Capacités attendues	Recommandations pédagogiques
- Limite d'une suite numérique ; - Limite d'une suite numérique de la forme : (n^α), $\alpha \in \mathbb{R}^*$ et (a^n), $a \in \mathbb{Q}^*$; - Suite convergente ; suite divergente ; - Opérations sur les limites de suites ; limites et ordre ; critères de convergence ; - Suites adjacentes ; convergence d'une suite croissante et majorée (ou décroissante et minorée) ; cas d'une suite croissante non majorée ; - Etude des suites récurrentes de la forme : $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue sur un intervalle I et $I \subset f(I)$; - Limite de la composée d'une suite et d'une fonction continue.	- Utiliser les suites géométriques et les suites arithmétiques pour étudier des exemples de suites de la forme : $u_{n+1} = au_n + b$ et $u_{n+1} = \frac{au_n + b}{cu_n + d}$ et d'autres suites récurrentes simples. - Utiliser l'encadrement et les propriétés de l'ordre pour prouver la convergence ou la divergence d'une suite, en se basant sur la définition de la limite d'une suite, dans des exemples particuliers ; - Utiliser les suites de référence et les critères de convergence pour déterminer les limites de suites numériques ; - Utiliser les suites pour résoudre des problèmes variés de différents domaines ; - Etudier les suites récurrentes	- On réalisera des activités mathématiques comme l'étude du comportement des suites usuelles $((\sqrt{n})_{n \geq 0}, (n^2)_{n \geq 0}, \dots, (\frac{1}{\sqrt{n}})_{n \in \mathbb{N}^*}, (\frac{1}{n^2})_{n \in \mathbb{N}^*}, \dots)$ lorsque n tend vers $+\infty$ pour approcher la notion de limite d'une suite (finie ou infinie), en utilisant le logiciel Excel par exemple, et on présentera la définition de limite finie et de limite infinie en relation avec la limite d'une fonction numérique en $+\infty$; - On se limitera à utiliser la définition de la limite pour démontrer quelques propriétés faisant partie du programme et pour réaliser quelques activités d'initiation seulement (l'utilisation de la définition de la limite d'une suite n'est pas un objectif du programme) ; - On insistera davantage sur l'utilisation des limites des suites usuelles et des critères de convergence pour étudier les limites de suites ; - Dire qu'une suite tend vers : • l revient à dire que : "tout intervalle ouvert

	de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue sur un intervalle I avec $f(I) \subset I$; - Déterminer la limite de la composée d'une suite et d'une fonction continue (suites de la forme $v_n = f(u_n)$) - Utiliser les suites adjacentes pour encadrer des nombres réels par des nombres décimaux ; - Encadrer l'intégrale d'une fonction continue sur un intervalle ou l'aire d'un domaine limité par la courbe d'une fonction continue sur un segment $[a, b]$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = a$ et $x = b$ (en utilisant la méthode des rectangles par exemple)	de centre l contient tous les termes de la suite à partir d'un certain rang " ; • tend vers $+\infty$ revient à dire que : "tout intervalle ouvert de la forme $]a, +\infty[$ contient tous les termes de la suite à partir d'un certain rang " ; - On démontrera ce qui suit : • Critères de convergence ; • Si $\forall n ; u_n < a$, et si la suite admet comme limite l alors $l \leq a$ • Théorème de deux suites adjacentes ; - On étudiera la limite de la suite $(a^n)_{n \geq 0}$ (avec $a \in \mathbb{R}^*$) et de la suite $(n^r)_{n \geq 1}$ (avec $r \in \mathbb{Q}^*$) et on les considèrera comme des limites usuelles ; - On traitera des problèmes dont la résolution se ramène à l'étude de : • Suites récurrentes de la forme : $u_{n+1} = au_n + b$, dans des cas particuliers ; $u_{n+1} = \frac{au_n + b}{cu_n + d}$, dans des cas particuliers ; $u_{n+1} = f(u_n)$, f étant une fonction continue sur un intervalle I et vérifiant $f(I) \subset I$ • Suites de la forme : $((v_n = f(u_n)))$, dans des cas particuliers ; - On présentera les deux propriétés : • Si une suite de la forme $((u_{n+1} = f(u_n)))$ (où f est une fonction continue sur un
--	--	---

		intervalle I et vérifiant $f(I) \subset I$ est convergente et sa limite est l, alors l est solution de l'équation $f(x) = x$; • Si une suite (u_n) est convergente de limite l et f est continue en l, alors la suite $((v_n = f(u_n)))$ est convergente et sa limite est $f(l)$.
2-Les fonctions numériques 2-1-Limites et continuité		
-Continuité en un point ; continuité à droite ; continuité à gauche ; Continuité sur un intervalle ; (cas des fonctions polynômes, des fonctions rationnelles, des fonctions trigonométriques et de la fonction : $x \rightarrow \sqrt{x}$) ; prolongement par continuité en un point ; -Opérations sur les fonctions continues ; -Continuité de la composée de deux fonctions continues ; limite de la composée d'une fonction continue et d'une fonction qui admet une limite ; limite de la composée d'une suite et d'une fonction continue ; -Image d'un intervalle et d'un segment par une fonction continue ; -Théorème des valeurs	- Etudier la continuité d'une fonction numérique en un point en utilisant le calcul des limites ; - Etudier la continuité d'une fonction sur un intervalle en utilisant la continuité des fonctions usuelles et les propriétés des opérations sur les fonctions continues ; - Déterminer l'image d'un segment ou d'un intervalle (borné ou non borné) par une fonction continue ou par une fonction continue et strictement monotone ; - Appliquer le théorème des valeurs intermédiaires pour prouver l'existence de solutions de quelques équations ou dans	-On adoptera la définition suivante : une fonction est continue en un point x_0 si $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0) ;$ - Cette partie sera l'occasion pour préciser la définition de la limite d'une fonction en un point à travers des activités et des exemples particuliers et pour rappeler les propriétés fondamentales (unicité de la limite si elle existe, opérations sur les limites,...), l'utilisation de la définition de la limite se limitera à la démonstration de quelques propriétés au programme et à la pratique de quelques activités pour s'initier davantage avec cette définition qui n'est pas un objectif du programme ; - On admettra que l'image d'un segment par une fonction continue est un segment et que l'image d'un intervalle est aussi un intervalle et en déduira le théorème des valeurs intermédiaires ;

intermédiaires ; cas d'une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle ; -Théorème des fonctions réciproques (théorème des fonctions bijectives) -fonctions réciproques usuelles : $x \rightarrow \sqrt[n]{x}$; $x \rightarrow \text{Arctan}(x)$ -Puissances rationnelles : x^r ; $r \in \mathbb{Q}^*$, et propriétés des opérations sur les puissances rationnelles.	l'étude du signe de certaines expressions ; - Utiliser la méthode de la dichotomie pour déterminer des valeurs approchées des solutions de l'équation $f(x) = \lambda$ ou pour encadrer ses racines ; - Appliquer le théorème des valeurs intermédiaires et le théorème de la fonction bijective dans le cas d'une fonction continue et strictement monotone.	- On développera chez les élèves l'utilisation du tableau de variation d'une fonction pour déduire ses propriétés ou quelques résultats la concernant ; - On présentera le théorème des fonctions réciproques et ses applications dans des cas particuliers et on l'adoptera pour présenter les fonctions : $x \rightarrow \sqrt[n]{x}$; $x \rightarrow \text{Arctan}(x)$; - On insistera surtout sur la fonction : $x \rightarrow \text{Arctan}(x)$, les deux fonctions $x \rightarrow \text{Arc sin}(x)$ et $x \rightarrow \text{Arc cos}(x)$ sont hors programme.
2-2-Dérivation et étude de fonctions		
1.Dérivabilité -Continuité et dérivabilité ; -Dérivabilité de la composée de deux fonctions dérivables ; -Dérivée de la fonction réciproque d'une fonction dérivable et strictement monotone sur un intervalle ; -Dérivées des fonctions : $x \rightarrow \sqrt[n]{x}$; $x \rightarrow \text{Arctan}(x)$ 2.Fonctions primitives -Fonctions primitives d'une fonction continue sur un intervalle ; -Définition et propriétés. 3. Fonctions logarithmes et fonctions exponentielles 3.1.Fonction logarithme népérien :	- Maîtriser le calcul des dérivées des fonctions ; - Déterminer le signe d'une fonction à partir de son tableau de variation ou de sa représentation graphique ; - Etudier des fonctions irrationnelles et des fonctions trigonométriques et des fonctions composées et les représenter graphiquement ; - Déterminer la monotonie de la fonction réciproque d'une fonction dérivable et strictement monotone sur un intervalle et la représenter graphiquement ; - Déterminer le nombre dérivé	- On rappellera la notion de dérivation et ses applications à travers des activités variées mettant en évidence son importance dans l'étude locale et globale des fonctions au programme, et surtout dans l'approximation locale d'une fonction , l'étude du sens de variation d'une fonction sur un intervalle , la détermination des extrema , l'étude du signe d'une fonction ou d'une inégalité algébrique sur un intervalle ou la concavité de la courbe d'une fonction numérique...,on rappellera à cette occasion la propriété caractéristique d'une fonction constante ou strictement monotone sur un intervalle ; - A partir de l'étude d'exemples de fonctions polynômes , de fonctions rationnelles, de fonctions irrationnelles et de fonctions trigonométriques, on fixera les acquis des élèves

-Définition et propriété algébrique -Le symbole $\ln$ et étude de la fonction $x \rightarrow \ln x$ -Dérivée logarithmique d'une fonction ; -Les primitives de la fonction : $x \rightarrow \frac{u'(x)}{u(x)}$ 3.2.Fonction logarithme de base a -Définition et propriétés ; -Fonction logarithme décimal. 3.3.Fonction exponentielle népérienne : -Définition et propriétés algébriques ; -Le symbole $\exp$ et étude de la fonction $x \rightarrow \exp(x)$; -Le nombre e et l'écriture e^x ; -Primitives de la fonction $x \rightarrow u'(x)e^{u(x)}$ 3.4.Fonction exponentielle de base a : -Définition et propriétés ; -Dérivée de la fonction : $x \rightarrow a^x$; 4.Théorème des accroissements finis -Théorème de Rolle ; Théorème des accroissements finis ; Inégalité des accroissements finis	en un point de la fonction réciproque d'une fonction ; - Utiliser les formules de dérivation pour déterminer les fonctions primitives d'une fonction dans un intervalle ; - Maîtriser le calcul sur les logarithmes ; - Maîtriser la résolution d'équations et d'inéquations et de systèmes logarithmiques ; - Connaître le logarithme décimal et ses applications (surtout dans la résolution d'équations de la forme $10^x = a$) ; - Maîtriser et appliquer les limites logarithmiques fondamentales ; - Maîtriser l'étude et la représentation de fonctions comportant la fonction logarithme népérien ; - Maîtriser la résolution d'équations et d'inéquations et de systèmes comportant l'exponentielle népérienne ; - Maîtriser et appliquer les limites fondamentales de la fonction exponentielle népérienne ; - Maîtriser l'étude et la représentation des fonctions	sur : la dérivation, le calcul des limites, des éléments de symétrie de la courbe d'une fonction, l'étude des branches infinies , la détermination des asymptotes d'une courbe, la résolution graphique de quelques équations et inéquations , l'approximation d'une fonction par une fonction affine ; on abordera à cette occasion les équations irrationnelles à partir du traitement de quelques modèles ; - On introduira l'écriture différentielle $dy = f'(x)dx$, adoptée en physique ; * L'étude des fonctions de la forme : $x \rightarrow \sqrt[n]{u(x)}$ avec $(n \geq 3)$ et u fonction positive est hors programme, on se limitera à la détermination de leurs dérivées. -Les limites déjà citées concernant la fonction logarithme et la fonction exponentielle népérienne, en plus de $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n}, \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} \text{ et } \lim_{n \rightarrow -\infty} x^n e^x, \lim_{n \rightarrow 0^+} x^n \ln x \text{ avec } n \in \mathbb{R}$ sont considérées comme limites fondamentales ; -On utilisera les fonctions logarithme et exponentielle dans la résolution de problèmes variés ; -Pour tout nombre a strictement positif on a $a^b = e^{b \ln a}$; -On insistera sur les applications du théorème
---	---	---

géométrie ; La fonction primitive : $x \rightarrow \int_a^x f(t)dt$ -l'Intégrale et les opérations (bilinéarité , relation de Chasles....) -Intégrale et ordre : * L'intégrale et la valeur absolue ; * La valeur moyenne d'une fonction continue sur un segment ; * Théorème de la moyenne : $\exists c \in [a;b]; \int_a^b f(x)dx = f(c)(b-a)$ -Techniques de calcul intégral : utilisation des fonctions primitives ; intégration par partie ; intégration par changement de variable; -Applications : calcul d'aires ; calcul de volumes .	de l'intégrale d'une fonction ; - Maitriser le calcul de l'aire d'un domaine plan limité par deux courbes et deux droites parallèles à l'axe des ordonnées ; - Calculer le volume d'un solide engendré par sa rotation autour de l'axe des abscisses. -Appliquer le calcul intégral pour prouver certaines inégalités et donner des approximations ; - Etudier les fonctions du type $x \rightarrow \int_a^{v(x)} f(t)dt$ -Encadrer une intégrale par deux suites en utilisant la méthode des rectangles (dans le cas de fonctions monotones) ; - Déterminer les limites des deux suites : $u_n = \frac{b-a}{n} \sum_{k=1}^n f\left(a+k \frac{b-a}{n}\right)$ et $v_n = \frac{b-a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(a+k \frac{b-a}{n}\right)$ (f étant une fonction continue sur l'intervalle $[a;b]$) ; -Etudier des fonctions et des suites définies par des intégrales.	fonction continue ; -On fera le lien entre l'intégrale d'une fonction continue et positive sur un intervalle $[a;b]$ et l'aire de la partie du plan limitée par la courbe de la fonction ,l'axe des abscisses et les droites d'équation respectives $x=a$ et $x=b$ à partir de l'étude des cas d'une fonction constante puis d'une fonction affine puis d'une fonction affine par morceaux et continue ,pour enfin généraliser le résultat sur des fonctions continues et positives sur un intervalle ; -On insistera sur les techniques du calcul intégral et les techniques d'encadrement d'une intégrale ... ; -L'intégrale permet de démontrer l'existence de fonctions primitives des fonctions continues sur un intervalle et de présenter des techniques pour les déterminer ; réciproquement, la connaissance d'une fonction primitive d'une fonction continue permet le calcul de l'intégrale de cette fonction ; cela doit être mis en évidence aux élèves par la diversité des activités; -Les fonctions du type $x \rightarrow \int_a^x f(x;t)dt$ sont hors programme.
--	--	--

Algèbre et géométrie

1- Arithmétique

-Systèmes de numération à base b ($b \geq 2$) -Les nombres premiers entre eux ; théorème de Gauss ; théorème de Bézout ; -Résolution dans $\mathbb{Z}^2$ de l'équation : $ax + by = c$. -Congruence modulo n (rappel) ; -L'ensemble $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$; les opérations dans $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ et ses propriétés ; -Théorème fondamental de l'arithmétique ; -L'ensemble $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ dans le cas où p est premier. -Théorème de Fermat (Petit théorème de Fermat)	- Utiliser la décomposition en facteurs premiers pour déterminer le plus petit multiple commun et le plus grand diviseur commun de deux nombres ou plus ; - Ecrire un nombre entier naturel dans un système de numération donné ; - Somme et produit de deux nombres dans un système de numération donné ; - Utiliser la congruence modulo n dans des situations d'arithmétiques ; - Utiliser les théorèmes de Gauss, de Bézout et de Fermat dans des situations d'arithmétique ; - Utiliser l'algorithme d'Euclide dans la détermination du plus grand diviseur commun et des coefficients de Bézout ; - Résolution dans $\square \times \square$ de l'équation $ax + by = c$.	-On fera la synthèse des acquis déjà abordés au tronc commun scientifique et en première année de la branche sciences mathématiques ; - On insistera sur la rigueur des démonstrations et sur la clarté de l'expression dans la rédaction de la démonstration ; - On étudiera quelques algorithmes (Euclide, crible d'Eratosthène...) et leurs applications ; - On démontrera que l'ensemble des nombres premiers est infini ; - On étudiera quelques équations diophantiennes ; - On appliquera les théorèmes de Gauss, de Bézout et de Fermat et le théorème fondamental de l'arithmétique ; - On traitera des exemples de situations de cryptage à travers des exercices d'initiation à cette notion.
--	---	---

2- Nombres complexes

-L'ensemble $\mathbb{C}$; l'écriture algébrique d'un nombre complexe ; égalité de deux nombres complexes ; partie réelle et partie imaginaire d'un nombre complexe ; conjugué d'un nombre complexe et ses propriétés ; -Les opérations sur les nombres complexes ; -Le plan complexe ; affixe d'un point ; affixe d'un vecteur ; image d'un nombre complexe ; -Module d'un nombre complexe ; le module et la distance ; l'inégalité triangulaire ; l'ensemble des nombres complexes de module 1 ($U, \cdot$) ; le cercle trigonométrique ; -Argument d'un nombre complexe non nul ; -Forme trigonométrique d'un nombre complexe ; les coordonnées polaires d'un point dans un repère orthonormé ; angle de deux vecteurs et l'argument du quotient de leurs affixes ; l'interprétation géométrique des deux écritures $\frac{z-a}{z-b}$ et $\frac{z'-a}{z'-b}$; -Notation exponentielle d'un nombre complexe non nul ; formules d'Euler et formule de Moivre ; linéarisation et factorisation des	- Maitriser le calcul sur les nombres complexes ; -Interpréter géométriquement des expressions et des formules complexes ; -Utiliser les nombres complexes dans le calcul trigonométrique (formules de transformation, linéarisation et développement) ; - Interpréter les notions géométriques suivantes en utilisant l'outil complexe : la distance entre deux points, alignement et orthogonalité de deux vecteurs, cocyclicité de quatre points... ; -Résoudre une équation du second degré à une inconnue ; -Résoudre des équations se ramenant à la résolution d'équation du second degré à une inconnue ; -Interpréter géométriquement l'ensemble des solutions de l'équation $z^n = 1$ et résoudre cette équation ; -Déterminer les formules complexes des transformations usuelles ;	- On sensibilisera de la nécessité d'introduire les nombres complexes d'une manière succincte et précise ; - Vue son importance dans la consolidation de la notion de nombre complexe, on traitera la représentation géométrique au début de ce chapitre et en parallèle avec la présentation de la majorité des notions au programme afin d'interpréter géométriquement l'opposé, le conjugué, le module , l'argument , la somme de deux nombres complexes et le produit d'un nombre complexe par un nombre réel ; -On utilisera les formules de transformations géométriques et les nombres complexes pour déterminer quelques formules trigonométriques ; -On amènera les élèves à maitriser l'utilisation des nombres complexes comme l'un des outils pour résoudre les problèmes géométriques ; -Ce chapitre est une occasion pour le rappel et la synthèse des résultats concernant les transformations usuelles du plan ; -On traitera la composée de deux rotations, la composée d'une rotation et d'une translation et la composée d'une homothétie et d'une translation à partir d'exemples ;
---	--	---

polynômes trigonométriques ; -Les racines nièmes de l'unité ; Les racines nièmes d'un nombre complexe non nul ; groupe des racines nièmes de l'unité : $(U_n, \cdot)$. -L'équation de degré 2 à une inconnue complexe à coefficients complexes ; relation entre les coefficients et les racines ; -Les expressions complexes des transformations usuelles dans le plan : translation, symétrie, homothétie, rotation.	- Utiliser les formules complexes des transformations usuelles pour étudier des situations géométriques	
--	--	--

3- Calcul de probabilités

-Expériences aléatoires ; espace probabilisé fini ; hypothèse d'équiprobabilité ; -Probabilité conditionnelle ; indépendance de deux événements ; indépendance de deux expériences ; -Variable aléatoire ; loi de probabilité d'une variable aléatoire ; cas de la loi binomiale ; -Espérance mathématique ; fonction de répartition, variance et écart type.	-Calculer la probabilité de la réunion de deux événements ; la probabilité de l'intersection de deux événements et le calcul de la probabilité de l'événement contraire ; -Utiliser la probabilité conditionnelle pour déterminer la probabilité de l'intersection de deux événements -Utiliser le modèle de dénombrement selon la situation étudiée ; -Reconnaitre l'indépendance	-On évitera toute présentation théorique de la notion de probabilité -On remarquera la stabilité de la fréquence d'un événement aléatoire à partir de la répétition d'une expérience aléatoire simple un très grand nombre de fois (Lancer d'une pièce de monnaie ,tirage d'une boule d'un sac...), on pourra utiliser à cette fin la touche rand de la calculatrice scientifique ou la calculatrice scientifique programmable ou l'ordinateur ; -On partira de situations concrètes de manière progressive pour permettre à l'élève de décrire des expériences aléatoires
---	--	---

	et la compatibilité de deux évènements; - Déterminer la loi de probabilité d'une variable aléatoire ; - Reconnaître et appliquer la loi binomiale à des situations dans des disciplines de la spécialité.	en utilisant le langage probabiliste ; -On présentera la probabilité d'un évènement à partir de la stabilité de la fréquence d'un évènement aléatoire ; -On renforcera la présentation des notions de probabilité par des exemples variés couvrant différents cas possibles ; - On appliquera la probabilité dans des situations variées en relation avec les disciplines de la spécialité. - Le calcul de probabilité sera une occasion pour rappeler les principaux résultats du dénombrement.
4- Les structures algébriques		
1 - Loi de composition interne : - Exemples variés (ensemble de fonctions définies sur un intervalle ; ensemble de fonctions polynômes de degré $\leq n$; ensembles des matrices carrées $M_2(\mathbb{R})$ et $M_3(\mathbb{R})$; les ensembles $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$; les divers ensembles de transformations munis de la composition des transformations ; - Loi de composition interne ; partie stable ; loi extraite ; propriétés d'une loi de composition interne (associativité ; commutativité ; élément neutre ; élément symétrique ; les écritures na et a^n) - Homomorphisme et isomorphisme entre	- Maîtriser les techniques d'opérations sur les différentes structures usuelles ; - Utiliser les structures des ensembles usuels pour étudier les structures d'autres ensembles ; - Comparer deux structures algébriques transposer une structure algébrique d'un ensemble à un autre en utilisant la notion d'homomorphisme et d'isomorphisme.	- On se limitera à l'ensemble des fonctions définies sur un intervalle ; l'ensemble des polynômes de degré $\leq n$; les ensembles des matrices carrées ; les ensembles $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ et les divers ensembles de transformations munis de la composition des transformations ; -On insistera sur les opérations fondamentales dans l'ensemble des matrices carrées ; -On présentera les différentes définitions illustrées par des exemples usuels ; -On insistera sur le sous-groupe et le sous-espace vectoriel dans leur relation avec les groupes et les espaces vectoriels