

Évaluation diagnostique

Deuxième année du baccalauréat, Sciences physiques et SVT BIOF

Ens. Nidal SABI

Durée : 1 heure

Exercice 1

Calculer les limites suivantes :

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 + x^4 - 8), & \quad \lim_{x \rightarrow 1} (4x^3 + 5x^2 - 1), \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 + x - 2}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}, & \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 + x - 2}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}, \\ \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5}{x^2 - 4}, & \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{1 - \sqrt{x + 4}}{x + 3}. \end{aligned}$$

Exercice 2

Calculer et simplifier $f'(x)$ dans chacun des cas suivants :

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{3}x^3 + x^2 + 5x + 3, & f(x) &= x + \frac{1}{x}, & f(x) &= x^2\sqrt{x}, \\ f(x) &= \sqrt{x^2 + 1}, & f(x) &= (x^2 + 8x + 4)^3. \end{aligned}$$

Exercice 3

Soit (u_n) la suite numérique définie par

$$u_0 = 2, \quad u_{n+1} = \frac{5u_n - 1}{u_n + 3} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

- 1) Calculer u_1 et u_2 .
- 2) Montrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n > 1$.
- 3) a) Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$u_{n+1} - u_n = -\frac{(u_n - 1)^2}{u_n + 3}.$$

- b) En déduire la monotonie de la suite (u_n) .
- c) En déduire que la suite (u_n) est majorée par 2.
- 4) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$.
 - a) Calculer v_0 et v_1 .
 - b) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.
 - c) Exprimer v_n , puis u_n , en fonction de n .
 - d) Montrer que

$$v_0 + v_1 + \cdots + v_n = \frac{(n+8)(n+1)}{8}.$$