

Devoir Maison N°1 (A)
Mathématiques
2^{ème} Bac SX BIOF — Semestre 1

Enseignant : Nidal SABI Semestre : 1	Niveau : 2 ^{ème} Bac SX BIOF Barème : 20 points	Durée : — Calculatrice : autorisée
---	---	---------------------------------------

Composantes du sujet

N°	Domaine	Barème
Exercice 1	Calcul, limites, continuité et dérivation	9 pts
Exercice 2	Étude de fonction et fonction réciproque	11 pts
Total		20 pts

Instructions : Les questions I, II, III, IV, V et VI de l'exercice 1 sont indépendantes. L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1 : Calcul, limites, continuité et dérivation — 9 points

Les questions I, II, III, IV, V et VI sont indépendantes.

I. Soient x et y deux nombres strictement positifs. Démontrer que :

$$\frac{x^5}{y^{-5}} \times \frac{x^{-8}}{y^3} = xy$$

(0,5 pt)

II. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :

$$\sqrt[3]{(2+x)^2} + 3\sqrt[3]{(2-x)^2} = 2\sqrt[3]{4-x^2}$$

(1,5 pt)

III. Calculer les limites suivantes :

(0,75 pt)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{x+1}}{\sin x} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{x - 4}$$

IV. On considère la fonction f définie sur $[-1; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1 - x^3 + x}{x - 1}$$

1) Vérifier que $f(x) = \frac{1}{x-1} - x$.

(0,75 pt)

2) Démontrer que l'équation $x = \frac{1}{x-1}$ admet une seule solution α sur $[1; 2[$.

(1,5 pt)

3) Démontrer que $\alpha^2(\alpha - 2) = 1 - \alpha$.

(1 pt)

V. Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{\tan x}, & x \neq 0 \\ \frac{1}{3}, & x = 0 \end{cases}$$

Étudier la continuité de f en 0.

(1 pt)

VI. Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

(2 pts)

$$f(x) = \cos(2017x^4 + 5x^2 + 1) \quad ; \quad g(x) = 2018^{-x^2+4x}$$

Exercice 2 : Étude de fonction et fonction réciproque — 11 points

Soit f la fonction définie par : $f(x) = x^2 - 4 - x$.

1.
 - a) Déterminer le domaine de définition de f . (0,5 pt)
 - b) Calculer la dérivée $f'(x)$ et étudier son signe. (1,5 pt)
2. Étudier la dérivabilité de f en -2 et en 2 ; interpréter géométriquement les résultats obtenus. (2 pts)
3. Déterminer le tableau de variations de f . (1 pt)
4. Étudier les branches infinies de (C_f) ; puis construire (C_f) . (2 pts)
5. Soit g la restriction de f sur $[2; +\infty[$.
 - a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer. (1 pt)
 - b) Construire (C_g) et $(C_{g^{-1}})$ dans un même repère orthonormé. (1,5 pt)
6. Calculer $g^{-1}(-2)$, $g^{-1}(-1)$ et $(g^{-1})'(-1)$. (0,5 pt)
7. Déterminer l'expression de $g^{-1}(x)$. (1 pt)