

Devoir Maison N°2

Mathématiques

2^{ème} Bac SX BIOF — Semestre 1

Enseignant : Nidal SABI
Semestre : 1

Niveau : 2^{ème} Bac SX BIOF
Barème : 20 points

Durée : —
Calculatrice : autorisée

Composantes du sujet

N°	Domaine	Barème
Exercice 1 (Problème)	Étude de fonction, branches infinies et fonction réciproque	20 pts
Total		20 pts

Instructions : L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1 : Problème — 20 points

On considère la fonction numérique f définie par :

$$f(x) = x + 2\sqrt{1-x}.$$

On désigne par (C_f) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1.
 - a) Déterminer D_f et montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.
 - b) Montrer que la courbe (C_f) admet, au voisinage de $-\infty$, une branche parabolique de direction asymptotique la droite (D) d'équation $y = x$.
 - c) Étudier la position relative de la courbe (C_f) par rapport à la droite (D) .
2.
 - a) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la courbe (C_f) et de l'axe des ordonnées.
 - b) Étudier la dérivabilité de la fonction f en 0, et interpréter le résultat obtenu géométriquement.
 - c) Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse 0.
3. Étudier la dérivabilité de f à gauche en 1, et interpréter géométriquement le résultat obtenu.
4.
 - a) Montrer que la fonction f est dérivable sur $] -\infty ; 1[$ et que
$$(\forall x \in] -\infty ; 1[) ; \quad f'(x) = \frac{-x}{1-x+\sqrt{1-x}}.$$
 - b) Dresser le tableau de variations de la fonction f .
5.
 - a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $] -\infty ; 1[$, et que $-5 < \alpha < -4$.
 - b) Vérifier que $\alpha^2 + 4\alpha - 4 = 0$, puis en déduire la valeur exacte de α .
6. Soit g la restriction de f sur $] -\infty ; 0]$.
 - a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer.
 - b) Comparer $g^{-1}(-10)$ et $g^{-1}(-20)$.

- c) Calculer $g(-3)$, puis montrer que g^{-1} est dérivable en 1 et déterminer $(g^{-1})'(1)$.
 - d) Donner le tableau de variations de g^{-1} .
- 7.** Construire dans le même repère les courbes (C_f) et $(C_{g^{-1}})$ et la droite (D) dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.