

Devoir Surveillé N°1

Mathématiques

2^{ème} Bac SX BIOF — Semestre 2

Enseignant : Nidal SABI
Semestre : 2

Niveau : 2^{ème} Bac SX BIOF
Barème : 20 points

Durée : 2 heures
Calculatrice : autorisée

Composantes du sujet

N°	Domaine	Barème
Exercice 1	Nombres complexes et équation du second degré	4 pts
Exercice 2	Nombres complexes, triangle et rotation	7 pts
Exercice 3	Linéarisation et complexes	4 pts
Exercice 4	Trigonométrie et angles remarquables	5 pts
Total		20 pts

Instructions : L'usage de la calculatrice est autorisé. Le candidat peut traiter les exercices dans l'ordre qui lui convient.

Exercice 1 : Nombres complexes et équation du second degré — 4 points

1. Écrire sous la forme algébrique le nombre complexe $(1 - i)^2$. (0,75 pt)
2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 2(1 + 2i)z - (3 - 6i) = 0$. (2,25 pt)
3. On considère dans le plan complexe les deux points $A(3i)$ et $B(2+i)$. Déterminer puis construire l'ensemble des points $M(z)$ tels que $|z - 3i| = |z - 2 - i|$. (1 pt)

Exercice 2 : Nombres complexes, triangle et rotation — 7 points

On considère A , B et C trois points d'affixes respectivement $a = -2$, $b = 2 + 2i$ et $c = 2 - 2i$.

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante : $z^2 - 4z + 8 = 0$. (1 pt)
2. Montrer que $b^{10} + c^{10} = 0$. (1,5 pt)
3. Déterminer la nature du triangle ABC . (1,5 pt)
4. Soit r la rotation de centre A et d'angle α telle que $r(C) = B$. Montrer que :

$$e^{i\alpha} = \frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$$

5. Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tels que : $|z - 2 + 2i| = |z + 2|$. (1,5 pt)

Exercice 3 : Linéarisation et complexes — 4 points

1. Linéariser $\cos(3x) \times \sin(2x)$. (3 pts)
2. On pose $z = (3 + i)^{2n+1} - (i - 3)^{2n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}$. Montrer que $z \in \mathbb{R}$. (1 pt)

Exercice 4 : Trigonométrie et angles remarquables — 5 points

On considère le nombre complexe $Z = \frac{(\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{3} - 1)i}{\sqrt{2}}$.

1. Écrire le nombre Z^2 sous la forme algébrique. (1 pt)
2.
 - a) Déterminer le module et l'argument du nombre Z^2 . (1,5 pt)
 - b) En déduire le module et l'argument de Z . (1 pt)
3. Déduire la valeur de $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$. (1,5 pt)