

Devoir Surveillé N°2 (B)

Mathématiques

2^{ème} Bac SX BIOF — Semestre 1

Enseignant : Nidal SABI

Semestre : 1

Niveau : 2^{ème} Bac SX BIOF

Barème : 20 points

Durée : 2 heures

Calculatrice : autorisée

Composantes du sujet

N°	Domaine	Barème
Exercice 1	Suites numériques et suite géométrique	7 pts
Exercice 2	Suites récurrentes et convergence	8 pts
Exercice 3	Primitives et calcul intégral	5 pts
Total		20 pts

Instructions : L'usage de la calculatrice est autorisé. Le candidat peut traiter les exercices dans l'ordre qui lui convient.

Exercice 1 : Suites numériques et suite géométrique — 7 points

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par :

$$U_0 = 2 \quad \text{et} \quad U_{n+1} = \frac{1}{4}U_n + \left(\frac{1}{2}\right)^{n+2}$$

On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$V_n = U_n - \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

- Démontrer que la suite (V_n) est géométrique de raison $\frac{1}{4}$. (1,75 pt)
- Calculer V_0 puis calculer V_n en fonction de n . (1,25 pt)
- Calculer U_n en fonction de n puis calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$. (2 pts)
- Calculer la somme $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$. (2 pts)

Exercice 2 : Suites récurrentes et convergence — 8 points

Soient (V_n) et (U_n) deux suites définies par :

$$V_n = \frac{2}{2U_n - 3}; \quad \begin{cases} U_0 = \frac{9}{3} = 3 \\ U_{n+1} = 3 - \frac{9}{4U_n} \end{cases} \quad (\forall n \in \mathbb{N})$$

- Démontrer que $(\forall n \in \mathbb{N}); U_n > \frac{3}{2}$. (1,5 pt)
- Démontrer que la suite (U_n) est décroissante. (1,5 pt)
- Déduire que la suite (U_n) est convergente. (0,5 pt)
- Démontrer que la suite (V_n) est arithmétique de raison $\frac{2}{3}$. (1,5 pt)
- Déterminer V_n puis U_n en fonction de n et déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$. (3 pts)

Exercice 3 : Primitives et calcul intégral — 5 points**I) Fonction f**

On considère la fonction f définie par $f(x) = x^2 (x - 1)^{2018}$.

1. Déterminer les nombres réels a , b et c pour que $x^2 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$. (1 pt)

2. Déduire les primitives de la fonction f . (1 pt)

3. Déterminer la fonction primitive F de la fonction f qui vérifie la condition $F(0) = 4$. (1 pt)

II) Primitives des fonctions suivantes

Déterminer les primitives des fonctions suivantes : (2 pts)

4. $g(x) = \cos(2x) \cos(x)$

5. $h(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2}$