

Devoir Surveillé N°3

Mathématiques

2^{ème} Bac SX BIOF — Semestre 2

Enseignant : Nidal SABI
Semestre : 2

Niveau : 2^{ème} Bac SX BIOF
Barème : 20 points

Durée : 2 heures
Calculatrice : autorisée

Composantes du sujet

N°	Domaine	Barème
Exercice 1	Géométrie analytique dans l'espace	10 pts
Exercice 2	Probabilités et variable aléatoire	10 pts
Total		20 pts

Instructions : Le candidat peut traiter les exercices dans l'ordre qui lui convient. L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1 : Géométrie analytique dans l'espace — 10 points

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, on considère le plan (P) passant par le point $A(0; 1; 1)$ et de vecteur normal $\vec{u}(1; 0; -1)$, et la sphère (S) de centre $\Omega(0; 1; -1)$ et de rayon $\sqrt{2}$.

1.
 - a) Montrer que l'équation cartésienne du plan (P) s'écrit sous la forme $x - z + 1 = 0$. (2 pts)
 - b) Montrer que le plan (P) est tangent à la sphère (S) et vérifier que le point $B(-1; 1; 0)$ est le point d'intersection du plan (P) et de la sphère (S) . (2 pts)
2.
 - a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par A et orthogonale au plan (P) . (2 pts)
 - b) Montrer que la droite (Δ) est tangente à la sphère (S) au point $C(1; 1; 0)$. (1,5 pt)
3. Montrer que $\overrightarrow{OC} \wedge \overrightarrow{OB} = 2 \vec{k}$, puis déduire l'aire du triangle OCB . (2,5 pts)

Exercice 2 : Probabilités et variable aléatoire — 10 points

Dans une boîte se trouvent 14 jetons portant chacun une lettre du nom « SAHARA MAROCAIN ». Dans une première expérience, on tire simultanément 5 jetons, et on suppose que tous les tirages sont équiprobables.

1. Avec les 5 lettres ainsi tirées, quelle est la probabilité de former :
 - a) le nom « SMARA » ? (1 pt)
 - b) le nom « MAROC » ? (1 pt)
2. On considère la variable aléatoire X qui, à chaque tirage, prend pour valeur le nombre de R tirés.
 - a) Déterminer la loi de probabilité de X . (3 pts)
 - b) Calculer $E(X)$ et $V(X)$, puis $\sigma(X)$. (3 pts)
3. Dans une seconde expérience, on tire successivement sans remise 5 jetons. Quelle est la probabilité pour que l'on tire dans l'ordre les lettres du nom « SMARA » ? (2 pts)