SÉRIE D'EXERCICES

1ère Bac Sciences Économiques et Gestion

lycee.mathtutor.ma

Dérivabilité

EXERCICE N°1

À partir de la définition, étudier la dérivabilité en a :

$$f(x) = x^2 \text{ en } a = 2, \qquad g(x) = \frac{1}{x} \text{ en } a = 1,$$

$$h(x) = |x| \text{ en } a = 0, \qquad k(x) = \sqrt{x} \text{ en } a = 0.$$

Préciser l'interprétation géométrique.

EXERCICE N°2

Pour chaque fonction, déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse indiquée :

$$f(x) = x^3 - 2x + 1 \text{ en } 1, \qquad g(x) = \frac{x+1}{x-1} \text{ en } 2,$$

$$h(x) = \sqrt{2x+3} \text{ en } 3, \qquad k(x) = x^2 - 4x \text{ en } 0.$$

EXERCICE N°3

Calculer la dérivée sur le domaine approprié :

$$f(x) = 4x^5 - 3x^2 + 7, \qquad g(x) = (2x - 1)(x^2 + 3),$$

$$h(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 2}, \qquad k(x) = \frac{3x - 1}{x^2 + 1},$$

$$p(x) = (3x + 2)^5, \qquad q(x) = \sqrt{5x - 1}.$$

EXERCICE N°4

Soit

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x & \text{si } x \leq 0, \\ 2x & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

1. Étudier la continuité de f en 0.
2. Calculer $f'_g(0)$ et $f'_d(0)$.
3. Étudier la dérivabilité en 0 et donner les demi-tangentes éventuelles.

EXERCICE N°5

Étudier les variations et les extremums de :

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1, \qquad g(x) = \frac{x^2+1}{x+1},$$

$$h(x) = x + \frac{4}{x} \quad (x > 0), \qquad k(x) = \sqrt{x^2+1} \quad (x \in \mathbb{R}).$$

EXERCICE N°6

1. Déterminer l'approximation affine de $x \mapsto \sqrt{x}$ au voisinage de 4.
2. En déduire une estimation de $\sqrt{4{,}08}$.
3. Déterminer l'approximation affine de $x \mapsto 1/x$ au voisinage de 2.
4. En déduire une estimation de $1/2{,}03$.

EXERCICE N°7

Le coût total, en milliers de dirhams, de x centaines d'unités est

$$C(x) = 0{,}5x^3 - 6x^2 + 30x + 20, \qquad 0 \leq x \leq 10.$$

1. Calculer le coût marginal $C'(x)$.
2. Étudier les variations de C'.
3. Déterminer les valeurs de x pour lesquelles $C'(x) \leq 12$.
4. Écrire l'approximation affine de C au voisinage de $x = 5$.

EXERCICE N°8

Pour $0 \leq x \leq 40$, une entreprise vend x lots au prix unitaire $p(x) = 120 - 2x$. La recette est $R(x) = xp(x)$.

1. Exprimer $R(x)$ puis calculer $R'(x)$.
2. Étudier les variations de R.
3. Déterminer la quantité qui maximise la recette.
4. Déterminer le prix unitaire correspondant.

EXERCICE N°9

Une entreprise a pour recette $R(x) = 90x - x^2$ et pour coût $C(x) = 20x + 300$, pour $0 \leq x \leq 60$.

1. Définir le bénéfice $B(x)$.
2. Étudier ses variations.
3. Déterminer son maximum et la quantité correspondante.
4. Déterminer les seuils de rentabilité.