MATH TUTOR LYCÉE

# Devoir à la maison n°1, semestre 1

Devoirs à la maison · Tronc Commun · Semestre 1

## EXERCICE N°1

On pose $a = 1530$ et $b = 612$.

1. Décomposer $a$ et $b$ en produit de facteurs premiers.
2. Déterminer le plus grand commun diviseur et le plus petit commun multiple de $a$ et $b$.
3. Simplifier les nombres $\dfrac{a}{b}$ et $\sqrt{ab}$.

## EXERCICE N°2

Les questions suivantes sont indépendantes.

1. Soient $a$, $b$ et $c$ trois réels non nuls. Simplifier

$$\frac{a^{-2}b(c^2b^{-1})c^{-3}b^2}{ab^{-2}(c^{-3}b^2)^4(c^2b^3)^{-1}}.$$

2. Montrer que, pour tout entier naturel $n$, le nombre $n^2 + n$ est pair.
3. Montrer que $2017$ est un nombre premier.
4. Déterminer les entiers naturels $x$ et $y$ tels que $(x-5)(y+1) = 28$.
5. On considère $I = [-7, 4]$ et $J = ]-\infty, 2[$. Déterminer $I \cap J$ et $I \cup J$.
6. Écrire sous forme d'intervalles les ensembles $\mathbb{R}$, $\mathbb{R}^*$, $\mathbb{R}_+$ et $\mathbb{R}_-$.

## EXERCICE N°3

1. Calculer

$$A = |1 - \sqrt{3}| - |5 - \sqrt{12}| + 4|\sqrt{12} - 3|.$$

2. Factoriser

$$B = (x-1)^3 - (x^3 - 1) + (x^3 + 1).$$

3. On pose $C = (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2$.
   1. Développer et réduire $C$.
   2. Comparer $2\sqrt{3}$ et $3\sqrt{2}$.
   3. En déduire une écriture simplifiée de $\sqrt{30 - 12\sqrt{6}}$.

## EXERCICE N°4

On suppose que $\dfrac{4}{3} \leq x \leq 4$ et $|y - 2| \leq 1$.

1. Montrer que $1 \leq y \leq 3$.
2. Donner un encadrement de $y + 3x$.
3. Indépendamment des hypothèses précédentes, écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des réels vérifiant $\left|x - \dfrac{1}{2}\right| \leq 2$.
4. Représenter cet intervalle sur une droite graduée.