MATH TUTOR LYCÉE

Devoir à la maison n°3, semestre 2

Devoirs à la maison · Tronc Commun · Semestre 2

EXERCICE N°1

ABC est un triangle isocèle en A tel que

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=16 \qquad \text{et} \qquad \cos\widehat{BAC}=\frac{1}{4}.$$

Le point I est défini par $\overrightarrow{BI}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$, le point J est le milieu de $[BC]$, et la droite Δ passant par I est perpendiculaire à (AB). On choisit un point E sur Δ.

1. Montrer que $AB=8$, puis calculer BC.
2. Calculer $\overrightarrow{BI}\cdot\overrightarrow{BA}$ et montrer que $\overrightarrow{EB}\cdot\overrightarrow{AB}=48$.
3. Calculer AJ.
4. Montrer que, pour tout point M du plan,

$$\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC}=MJ^2-\frac{1}{4}BC^2.$$

5. Déterminer l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC}=1$.

EXERCICE N°2

Soient A, B et I trois points. Les points C et D sont définis par

$$\overrightarrow{IC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IA} \qquad \text{et} \qquad 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{0}.$$

On considère l'homothétie h de centre I et de rapport $\frac{1}{3}$.

1. Construire les points C et D.
2. Montrer que $h(A) = C$ et $h(B) = D$, puis en déduire que $AB = 3CD$.
3. La droite Δ passant par D et parallèle à (BC) coupe (IA) en E. Déterminer l'image de la droite (BC) par h.
4. Montrer que $\overrightarrow{IE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IC}$, puis déterminer l'image de C par h.

EXERCICE N°3

$ABCDEFGH$ est un cube. Les points I, J et K sont les milieux respectifs de $[EB]$, $[AB]$ et $[DC]$.

1. Construire les points I, J et K.
2. Montrer que $(IJ) \parallel (ADE)$, puis que $(IJK) \parallel (ADE)$.
3. Montrer que $(JK) \perp (ABE)$.
4. Déterminer l'intersection des plans (AIK) et (ABE).