MATH TUTOR LYCÉE

Devoir à la maison supplémentaire, semestre 2

Devoirs à la maison · Tronc Commun · Semestre 2

EXERCICE N°1

1. Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que

$$(\vec{u}, \vec{v}) \equiv \frac{\pi}{4} \pmod{2\pi}.$$

Déterminer les mesures principales des angles orientés suivants :

$$(\vec{v}, \vec{u}), \quad (3\vec{v}, 2\vec{u}), \quad (3\vec{v}, -3\vec{u}), \quad (-3\vec{v}, 7\vec{u}), \quad (-\vec{v}, -\vec{u}).$$

2. Dans un repère orthonormé direct, on considère le cercle trigonométrique de centre O et d'origine I. Les points A, B et C ont respectivement pour abscisses curvilignes

$$\frac{25\pi}{6}, \qquad -\frac{17\pi}{4}, \qquad \frac{26\pi}{3}.$$

   1. Déterminer leurs abscisses curvilignes principales, puis les placer sur le cercle.
   2. Déterminer les mesures principales de $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$, $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC})$ et $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC})$.
   3. Calculer les rapports trigonométriques de l'angle $\alpha = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC})$.

EXERCICE N°2

1. Sachant que $x \in]-\pi, -\frac{\pi}{2}]$ et $\tan x = \frac{1}{2}$, calculer $\cos x$ et $\sin x$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$\sin x \left(\tan x - \sqrt{3}\right) = 0.$$

3. Résoudre dans $]-\pi, -\frac{\pi}{2}]$ l'équation $\sin x = \cos x$.
4. Résoudre dans $]-\pi, \pi]$ les équations

$$2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$$

et

$$\left(-\sqrt{3} + 2\cos x\right)\sin x = 0.$$

5. Résoudre dans $[0, \pi]$ l'équation

$$\cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}.$$

6. Résoudre dans $[0, 2\pi]$ l'inéquation $\cos x \sin x > 0$.
7. Résoudre dans $[-\pi, \pi]$ l'inéquation $\tan^2 x + \tan x \leq 0$.

EXERCICE N°3

On considère l'expression $P(x) = 2\sin^2 x + \sin x - 1$.

1. Vérifier que $P(x) = (\sin x + 1)(2\sin x - 1)$.
2. Calculer $P(0)$ et $P\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

3. Résoudre dans $]-\pi, 0]$ l'équation $P(x) = 0$.
4. Déterminer le signe de $P(x)$ sur $]-\pi, 0]$.
5. En déduire l'ensemble des solutions de $P(x) \leq 0$ sur $]-\pi, 0]$.

EXERCICE N°4

ABC est un triangle tel que

$$AB = \sqrt{3}, \qquad BC = 3, \qquad \widehat{C} = \frac{\pi}{6}.$$

On suppose que l'angle $\widehat{A}$ est aigu.

1. Calculer $\sin \widehat{A}$, puis déterminer la mesure de $\widehat{A}$.
2. Déterminer la mesure de $\widehat{B}$, puis calculer $\sin \widehat{B}$.
3. Calculer AC.