MATH TUTOR LYCÉE

Version 9

Contrôles · 2ème Bac · Semestre 1

Matière : Mathématiques

Niveau : 2ème Bac S.Exp (PC)

Durée : 2 heures

Semestre : 1

Barème : 20 points

Calculatrice : autorisée

Instructions : Le candidat peut traiter les exercices dans l'ordre qui lui convient.

EXERCICE N°1

1. Calculer : *(1 pt)*

$$A = \frac{\sqrt[4]{81} \times (9\sqrt{3})^{\frac{1}{3}}}{9^{\frac{1}{4}} \times \sqrt[3]{81}}$$

2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^2+4} - 2}{x-2} \; ; \; x \neq 2 \qquad \text{et} \qquad f(2) = \frac{1}{3}$$

Montrer que f est continue en 2. *(1 pt)*

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : *(1,5 pts)*

$$\sqrt[3]{x^2+4x+4}-3\sqrt[3]{x+2}+2=0$$

4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : *(1,5 pts)*

$$(3-x)^3-1>0$$

EXERCICE N°2

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x)=x^3+x-1$$

1. Calculer $g'(x)$ pour tout $x\in\mathbb{R}$ puis en déduire la monotonie de g sur $\mathbb{R}$. *(1,5 pts)*

2. Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une solution **unique** α sur l'intervalle $]0\,;\,1[$. *(1,5 pts)*

3. Donner un encadrement de α d'amplitude $0{,}25$. *(1 pt)*

4. Montrer que : $\alpha=\dfrac{1}{\alpha^2+1}$. *(1 pt)*

EXERCICE N°3

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \sqrt{x+2} - 3$$

1. Déterminer D_f puis calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. *(1 pt)*

2. Montrer que f est continue sur $[-2\,;\,+\infty[$. *(1 pt)*

3. Étudier la dérivabilité de f à droite de -2 et interpréter le résultat obtenu géométriquement. *(1 pt)*

4. a) Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in]-2\,;\,+\infty[$. *(1 pt)*

b) Dresser le tableau de variations de f. *(1 pt)*

5. Donner l'équation de la tangente à la courbe (C_f) au point d'abscisse 2. *(1 pt)*

6. a) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer. *(1 pt)*

b) Dresser le tableau de variations de f^{-1}. *(1 pt)*

c) Comparer $f^{-1}(2\sqrt{3})$ et $f^{-1}(2\sqrt{5})$. *(1 pt)*

d) Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$. *(1 pt)*