SÉRIE D'EXERCICES

1ère Bac Sciences Économiques et Gestion

lycee.mathtutor.ma

Limites d'une fonction numérique

EXERCICE N°1

Calculer :

$$\lim_{x\to+\infty}(3x^2-5x+1), \qquad \lim_{x\to-\infty}(2x^3+x),$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{4}{x^2}, \qquad \lim_{x\to0^-}\left(2-\frac{3}{x}\right).$$

EXERCICE N°2

Calculer :

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{3x^2-x+4}{2x^2+5}, \qquad \lim_{x\to-\infty}\frac{5x^3+2x}{x^2-1},$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{2x-1}{x^3+1}, \qquad \lim_{x\to-\infty}\frac{x^4+3}{2x^2-x}.$$

EXERCICE N°3

Déterminer les limites à gauche et à droite :

$$\frac{2x+1}{x-3} \text{ en } 3, \qquad \frac{x-1}{(x+2)^2} \text{ en } -2,$$

$$\frac{x+4}{x^2-16} \text{ en } 4, \qquad \frac{x^2-1}{(x-1)^2} \text{ en } 1.$$

Préciser les asymptotes verticales.

EXERCICE N°4

Calculer après transformation :

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x-2}, \qquad \lim_{x\to -1} \frac{x^3+1}{x+1},$$

$$\lim_{x\to 3} \frac{x^2-5x+6}{x^2-9}, \qquad \lim_{x\to 1} \frac{x^4-1}{x^2-1}.$$

EXERCICE N°5

Calculer :

$$\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{x}-2}{x-4}, \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-1}{x},$$

$$\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+3x}-x), \qquad \lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{4x^2+1}}{x}.$$

EXERCICE N°6

1. Sachant que $-1 \le \sin x \le 1$, déterminer $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{\sin x}{x}$.
2. Pour $x > 0$, encadrer $\dfrac{x}{x^2+1}$ par deux fonctions simples et calculer sa limite en $+\infty$.
3. Montrer que $0 \le \dfrac{x^2}{1+x^4} \le \dfrac{1}{x^2}$ pour $x \ge 1$, puis conclure.

EXERCICE N°7

Pour chaque fonction, rechercher les asymptotes verticales, horizontales ou obliques :

$$f(x) = \frac{2x+3}{x-1}, \qquad g(x) = \frac{x^2+2x+3}{x+1},$$

$$h(x) = \frac{3x^2-1}{x^2+4}, \qquad k(x) = \sqrt{x^2+x} - x \quad (x > 0).$$

EXERCICE N°8

Le coût total de production de $x > 0$ unités est

$$C(x) = 0{,}02x^2 + 18x + 5000.$$

1. Exprimer le coût moyen $M(x) = C(x)/x$.
2. Calculer $\lim_{x \to 0^+} M(x)$ et $\lim_{x \to +\infty} M(x)$.
3. Interpréter qualitativement ces deux comportements.

EXERCICE N°9

Soit

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}.$$

1. Déterminer D_f et simplifier l'expression sur ce domaine.
2. Calculer $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$ et les limites en $\pm\infty$.
3. La droite $x = 2$ est-elle une asymptote ? Justifier.
4. Comparer la courbe de f à celle de la fonction simplifiée.