SÉRIE D'EXERCICES

1ère Bac Sciences Économiques et Gestion

lycee.mathtutor.ma

Matrices et systèmes

EXERCICE N°1

On donne

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Préciser les formats, identifier $a_{12}, a_{23}, b_{21}, b_{32}$ et écrire les matrices-colonnes constituant A.

EXERCICE N°2

Soient

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

Calculer $A + B$, $3A - 2B$, AB, BA, AC et BC. Comparer AB et BA.

EXERCICE N°3

Déterminer les réels x, y, z, t pour que

$$2\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}.$$

Résoudre ensuite $AX = B$ où

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}.$$

EXERCICE N°4

Deux ateliers produisent trois articles. Les quantités sont données par

$$Q = \begin{pmatrix} 120 & 80 & 60 \\ 90 & 110 & 70 \end{pmatrix}.$$

Les coûts unitaires sont $C = \begin{pmatrix} 25 \\ 40 \\ 30 \end{pmatrix}$ et les prix unitaires $P = \begin{pmatrix} 38 \\ 55 \\ 46 \end{pmatrix}$.

1. Interpréter les formats de Q, C et P.
2. Calculer les coûts totaux et les recettes de chaque atelier.
3. Construire la matrice-colonne des marges totales.

EXERCICE N°5

Résoudre par élimination puis écrire sous forme matricielle :

$$\begin{cases} 3x - 2y = 7, \\ 5x + y = 4. \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x + 4y = 6, \\ x + 2y = 5. \end{cases}$$

Préciser le nombre de solutions de chaque système.

EXERCICE N°6

Résoudre :

$$\begin{cases} x + y + z = 6, \\ 2x - y + 3z = 9, \\ 3x + 2y - z = 4, \end{cases} \qquad \begin{cases} x + 2y - z = 1, \\ 2x + 4y - 2z = 2, \\ 3x - y + z = 8. \end{cases}$$

EXERCICE N°7

Résoudre par élimination de Gauss :

$$\begin{cases} x + y + z + t = 10, \\ x - y + z - t = -2, \\ 2x + y - z + t = 5, \\ x + 2y + 3z - t = 9. \end{cases}$$

Vérifier la solution dans le système initial.

EXERCICE N°8

Un magasin vend trois produits A, B, C. Sur trois jours, il vend respectivement

$$(20, 15, 10), \qquad (18, 12, 16), \qquad (25, 10, 12).$$

Les recettes journalières sont $1\,450$ DH, $1\,420$ DH et $1\,450$ DH.

1. Noter x, y, z les prix unitaires et former un système.
2. Résoudre ce système par la méthode de Gauss.
3. Contrôler les trois recettes.

EXERCICE N°9

On répartit une clientèle entre deux offres. Chaque mois, 80% des clients de l'offre A y restent et 20% passent à B ; 30% des clients de B passent à A.

1. Construire la matrice de transition T.
2. Si $X_0 = \begin{pmatrix} 600 \\ 400 \end{pmatrix}$, calculer $X_1 = TX_0$ et $X_2 = T^2X_0$.
3. Vérifier que le nombre total de clients est conservé.
4. Chercher une répartition X telle que $TX = X$ et dont la somme des composantes vaut $1\,000$.