SÉRIE D'EXERCICES

1ère Bac Sciences Économiques et Gestion

lycee.mathtutor.ma

Notions de logique

EXERCICE N°1

Parmi les phrases suivantes, préciser lesquelles sont des propositions et donner leur valeur de vérité lorsqu'elle est déterminée :

$$7 \text{ est premier}, \qquad x+2=5, \qquad \forall x \in \mathbb{R},\ x^2 \geq 0, \qquad \exists n \in \mathbb{N},\ n^2=2.$$

EXERCICE N°2

Soient P, Q et R trois propositions.

1. Construire les tables de vérité de $P \Rightarrow Q$ et $P \iff Q$.
2. Vérifier que $\neg(P \Rightarrow Q) \iff P \wedge \neg Q$.
3. Vérifier que $P \Rightarrow (Q \wedge R)$ est équivalente à $(P \Rightarrow Q) \wedge (P \Rightarrow R)$.

EXERCICE N°3

Écrire la négation de chacun des énoncés suivants sans utiliser « il est faux que ».

1. $x > 2$ et $x \leq 7$.
2. Tous les clients choisissent au moins un produit.
3. Il existe un entier naturel divisible par 4 et par 6.
4. Pour tout réel x, si $x \geq 1$, alors $x^2 \geq x$.

EXERCICE N°4

Traduire symboliquement puis étudier la vérité des affirmations suivantes.

1. Tout réel possède un opposé.
2. Il existe un réel supérieur à tous les réels.
3. Pour tout réel x, il existe un réel y tel que $y > x$.
4. Il existe un réel y tel que, pour tout réel x, $y > x$.

EXERCICE N°5

Pour chacune des implications, écrire la réciproque et la contraposée, puis dire lesquelles sont vraies.

1. Si n est multiple de 6, alors n est pair.
2. Si $x^2 = 9$, alors $x = 3$.
3. Si $ab = 0$, alors $a = 0$ ou $b = 0$.

EXERCICE N°6

1. Montrer directement que la somme de deux entiers pairs est paire.
2. Prouver par contraposée que, si n^2 est impair, alors n est impair.
3. Prouver par l'absurde que $\sqrt{2}$ n'est pas rationnel.
4. Réfuter par un contre-exemple : « pour tous réels a, b, $a^2 = b^2 \Rightarrow a = b$ ».

EXERCICE N°7

Pour $x \in \mathbb{R}$, démontrer les équivalences :

$$|x-2| \leq 3 \iff -1 \leq x \leq 5, \qquad x^2 - 5x + 6 = 0 \iff x \in \{2, 3\}.$$

EXERCICE N°8

1. Montrer que $1 + 2 + \cdots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$ pour tout $n \geq 1$.
2. Montrer que $2^n \geq n + 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
3. Montrer que $7^n - 1$ est divisible par 6 pour tout $n \in \mathbb{N}$.

EXERCICE N°9

Soit $n \in \mathbb{N}$.

1. Écrire avec des quantificateurs : « le carré de tout entier pair est divisible par 4 ».
2. Démontrer cet énoncé.
3. Écrire sa réciproque, puis l'étudier.
4. Écrire la négation de la réciproque.