MATH TUTOR LYCÉE

Sujet n°2 : 1ère Bac S.Exp

Contrôles · 1ère Bac S EXP · Semestre 1

Niveau : 1ère Bac Sciences BIOF-2	**Durée :** 120 min	**Date :** 5/11/2026
Semestre : 1	**Barème :** 20 points (+2 bonus)	**Sujet :** N°2

Note.

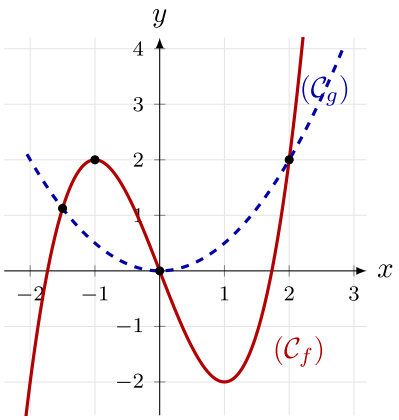
- Le soin et la rédaction seront pris en compte dans la notation. Faites des phrases claires et précises.
- Chaque tentative de tricher vaut un zéro.

Exercice	Thème	Durée	Points
1	Lecture graphique de fonctions	20 min	4
2	Étude de fonctions : parité, variations et composition	50 min	8
3	Logique et types de raisonnement	50 min	8
Bonus	Raisonnement et valeurs absolues	le reste	+2
	Total	**2 h**	**20**

EXERCICE N°1

(04 points) *Temps conseillé : 20 min*

Soient f et g deux fonctions numériques définies sur $\mathbb{R}$ et $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$ leurs courbes dans un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\right)$ (voir la figure ci-dessous).



1) Déterminer graphiquement $f(-1)$, $f(0)$, $g(0)$ et $g(2)$. (1 pt)

2) Résoudre graphiquement dans l'intervalle $[-2\,;\,2]$: (1 pt)

$$(E_1)\,:\;f(x)=2\quad;\quad(E_2)\,:\;f(x)=g(x)\quad;\quad(I_1)\,:\;g(x)\leqslant f(x)\quad;\quad(I$$

3) Déterminer graphiquement la valeur minimale et la valeur maximale de f sur $[-2\,;\,2]$. (0,5 pt)

4) Dresser le tableau de variations de f sur $[-2\,;\,2]$. (0,5 pt)

5) Déterminer graphiquement $f\left([-2\,;\,1[\right)$ et $g\left([0\,;\,2]\right)$. (1 pt)

EXERCICE N°2

(08 points) *Temps conseillé : 50 min*

1) On considère la fonction numérique g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x)=\frac{x}{x^2+1}.$$

a) Vérifier que g est une fonction impaire. (1 pt)

b) Montrer que g est minorée par -1 sur $\mathbb{R}$. (1 pt)

On donne ci-dessous le tableau de variations de g sur $[0\,;\,+\infty[$:

x	0		1		$+\infty$
$g(x)$	0	↗	$\frac{1}{2}$	↘	0

c) En déduire les variations de g sur $[-1\,;\,0]$ et sur $]-\infty\,;\,-1]$, puis dresser le tableau de variations de g sur $\mathbb{R}$. (1 pt)

2) Soit f la fonction numérique définie par :

$$f(x) = \sqrt{x-1}.$$

a) Déterminer D_f le domaine de définition de f. (0,5 pt)

b) Dresser le tableau de variations de la fonction f. (0,5 pt)

c) Tracer $(\mathcal{C}_f)$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\right)$. (0,5 pt)

3) a) Montrer que $D_{g\circ f} = [1\,;\,+\infty[$. (1 pt)

b) Déterminer l'expression de $(g\circ f)(x)$ pour tout $x \in D_{g\circ f}$. (0,5 pt)

c) Étudier les variations de la fonction $g\circ f$ sur $[1\,;\,2]$ et sur $[2\,;\,+\infty[$, puis dresser le tableau de variations de $g\circ f$ sur son domaine de définition $D_{g\circ f}$. (1,5 pt)

d) En déduire que : $(\forall x \in [1\,;\,2]),\, 0 \leqslant (g \circ f)(x) \leqslant \dfrac{1}{2}$. (0,5 pt)

EXERCICE N°3

(08 points) *Temps conseillé : 50 min*

1) Déterminer la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes : (1 pt)

$$P : \ (\exists x \in \mathbb{R})\,;\ x^2 + 1 < 0 \ \text{ ou } \ \sqrt{(-5)^2} = -5 \quad ; \quad Q : \ (\forall x \in \mathbb{R})\,,\ x^2 \geqslant 0$$

2) a) Déterminer la négation de la proposition $T : \ (\forall x \in \mathbb{R})\,;\ x^2 > 0$. (1 pt)

b) Montrer que la proposition T est fausse. (1 pt)

3) En utilisant un raisonnement par contraposée, montrer que : (1 pt)

$$(\forall x \in \mathbb{R}) : \ x \neq \frac{3}{2} \implies 4(3x-2) \neq 5(2x-1).$$

4) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$: $\sqrt{x^2+1} > x$.(1 pt)

Indication : on pourra étudier les cas $x \leqslant 0$ *et* $x > 0$.

5) En utilisant un raisonnement par équivalences successives, montrer que : $\left(\forall a, b \in \mathbb{R}_+^*\right) : \ \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geqslant 2$. (1 pt)

6) En utilisant un raisonnement par l'absurde montrer que : $\left(\forall x \in \mathbb{R}_+^*\right) : \ \frac{x}{x+1} \neq 1$. (1 pt)

7) Montrer par récurrence que : (1 pt)

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \cdots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}.$$

EXERCICE BONUS

(+2 points) *Temps conseillé : le reste*

Soient $\theta_1, \ldots, \theta_5$ cinq nombres réels vérifiant :

$$|\theta_2 - \theta_1| = 2\,|\theta_3 - \theta_2| = 3\,|\theta_4 - \theta_3| = 4\,|\theta_5 - \theta_4| = 5\,|\theta_1 - \theta_5|\,.$$

Montrer que : $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \theta_4 = \theta_5$. (2 pts)