MATH TUTOR LYCÉE

Sujet n°1 : 1ère Bac S.Exp

Contrôles · 1ère Bac S EXP · Semestre 1

Niveau : 1ère Bac S.Exp	**Durée :** 2 heures	**Année scolaire :** 2026/2027
Semestre : 1	**Barème :** 20 points	**Sujet :** N°1

EXERCICE 1

1. On considère les deux propositions suivantes :

$$P : \ (\forall x \in \mathbb{R}^*)\,(\forall y \in \mathbb{R}^*) : \ x + y = 2\sqrt{xy} \quad \text{et} \quad Q : \ (\exists x \in \mathbb{R}) : \ 1 < x \leqslant$$

a) Donner la négation de P et Q. (0,75 pt)

b) Déterminer la valeur de vérité de la proposition Q. (0,75 pt)

2. Montrer que : (1,25 pt)

$$\left(\forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}\right) : \ x \neq \frac{3}{4} \implies \frac{2x+1}{3x-1} \neq 2.$$

3. Montrer par l'équivalence successive que : (1 pt)

$$\left(\forall a \in \mathbb{R}_+^*\right) : \ \sqrt{2a+2} - \sqrt{a} = 1 \iff a = 1.$$

4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E) : \ |4x-1| + 4x = 2$. (1 pt)

5. Montrer par absurde que : (1 pt)

$$(\forall n \in \mathbb{N}) : \ \frac{5n+1}{n+3} \neq 2.$$

6. Montrer par récurrence que : (1,25 pt)

$$(\forall n \in \mathbb{N}) : \ 5 \text{ divise } 3^{3n+2} + 2^{n+4}.$$

EXERCICE 2

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{-2x+1}{x^2 - x + 2}.$$

1. Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R}) : \ x^2 - x + 2 > 0$, puis déduire D_f. (1 pt)

2. Montrer que la fonction f est majorée par 2 sur $\mathbb{R}$. (1 pt)

EXERCICE 3

On considère les fonctions f et g définies par :

$$f(x) = \sqrt{x+2} \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{3x}{2x-1}.$$

$(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$ sont les courbes représentatives respectives de f et g dans le repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\right)$.

1. Déterminer D_f et D_g. (0,5 pt)

2. Donner le tableau de variation de f puis de g. (1,5 pt)

3. Vérifier que $f(-1) = g(-1)$ et $f(2) = g(2)$, puis interpréter géométriquement les résultats. (1 pt)

4. Construire $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$ dans le même repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\right)$. (2 pts)

5. Déterminer graphiquement : (1 pt)

$$f\left(\left[-2\,;\,-\frac{7}{4}\right]\right) \quad \text{et} \quad f\left(\left]-\frac{7}{4}\,;\,+\infty\right[\right).$$

6. Résoudre graphiquement l'inéquation : (1 pt)

$$(I):\ \sqrt{x+2} - \frac{3x}{2x-1} \leqslant 0.$$

7. Soit h la fonction définie par :

$$h(x) = \frac{3\sqrt{x+2}}{2\sqrt{x+2}-1}.$$

a) Déterminer D_h, l'ensemble de définition de h. (0,75 pt)

b) Montrer que $(\forall x \in D_h):\ h(x) = (g \circ f)(x)$. (0,5 pt)

c) Étudier la monotonie de h sur les intervalles $\left[-2\,;\,-\frac{7}{4}\right[$ et $\left]-\frac{7}{4}\,;\,+\infty\right[$. (1 pt)

d) Donner le tableau de variation de la fonction h. (1 pt)

e) Déduire la valeur maximale de h sur $\left[-2\,;\,-\frac{7}{4}\right[$. (0,75 pt)