SÉRIE D'EXERCICES

Tronc Commun

lycee.mathtutor.ma

Ordre dans $\mathbb{R}$

EXERCICE N°1

Comparer les deux nombres suivants :

1. $\sqrt{5}+1$ et 3
2. $\sqrt{7}+\sqrt{5}$ et $\sqrt{12}$
3. $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ et $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$
4. $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ et $2\sqrt{2}$

EXERCICE N°2

Soient a et b deux réels tels que $a \geq b$.

1. Montrer que $\dfrac{a+b}{2} \geq b$.
2. Montrer que $a^2+b^2 \geq 2ab$.
3. On suppose de plus $a \geq 0$ et $b \geq 0$. En déduire que $\sqrt{ab} \leq \dfrac{a+b}{2}$.

EXERCICE N°3

Soient $x \in [1\,;3]$ et $y \in [-2\,;0]$. Encadrer :

$A = x+y,$ $B = x-y,$ $C = xy,$ $D = 2x-3y,$ $E =$

EXERCICE N°4

Calculer la valeur absolue de chacun des nombres suivants :

$$|3-7|, \quad |\sqrt{5}-2|, \quad |\pi-3|, \quad |1-\sqrt{2}|, \quad |2-\sqrt{5}|.$$

EXERCICE N°5

En utilisant la propriété $\sqrt{x^2} = |x|$, écrire chacun des nombres suivants sans racine carrée :

1. $\sqrt{(-7)^2}$
2. $\sqrt{(3-\sqrt{2})^2}$
3. $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}$
4. $\sqrt{(x-4)^2}$ pour $x \geq 4$, puis pour $x \leq 4$
5. $\sqrt{x^2-2x+1}$

EXERCICE N°6

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes (utiliser $\sqrt{x^2} = |x|$ lorsque c'est nécessaire) :

1. $\sqrt{(x-2)^2} = 3$
2. $\sqrt{(x-3)^2} = 2x+3$
3. $(2x-1)^2 = (x+4)^2$
4. $|x-3| = 5$
5. $|2x+1| = 4$
6. $|x+2| = |3x-4|$
7. $|x-1| = -2$

EXERCICE N°7

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1. $|x-1| < 3$
2. $|2x+3| \geq 5$
3. $\sqrt{(x-1)^2} \leq 2$
4. $\sqrt{(2x-1)^2} \leq x+2$

EXERCICE N°8

Sachant que $1{,}414 \leq \sqrt{2} \leq 1{,}415$ et $1{,}732 \leq \sqrt{3} \leq 1{,}733$:

1. Donner un encadrement de $\sqrt{2}+\sqrt{3}$.
2. Donner un encadrement de $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$.
3. En déduire un encadrement de $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$.

EXERCICE N°9

Soit $a \in \mathbb{R}_+^*$. Montrer que $a + \dfrac{1}{a} \geq 2$.

(Indication : étudier le signe de $\left(\sqrt{a} - \dfrac{1}{\sqrt{a}}\right)^2$.)

EXERCICE N°10

Soient $a, b \in \mathbb{R}$. Montrer l'**inégalité triangulaire** : $|a+b| \leq |a| + |b|$.
(Indication : élever au carré et utiliser $|a||b| \geq ab$.)